5. Y. 735

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DE

MAGNITUDINE

VIRIUM

CORPORIS NATURALIS.

DE MAGNITUDINE
VIRIUM
CORPORIS NATURALIS

AD COMITEM

FRANCISCUM

DE ABDUA

PATRICIUM MEDIOLANENSEM

AUGUSTINUS MARIA NEGRI
MEDIOLANI
IN UNIVERSITATE D. ALEXANDRI
CONGREGATIONIS CL. REG. S. PAULLI
PHILOSOPHIAE PROFESSOR
ET EJUSDEM CONG. CL.

MEDIOLANI MDCCXLIX.
EX TYPOGRAPHIA BIBLIOTHECAE AMBROS.
APUD JOSEPH MARELLUM
SUPERIORUM FACULTATE.

Digitized by Google

COMITI
FRANCISCO
DE ABDUA

AUGUSTINUS MARIA NEGRI
S. P. D.

SINGULARI hoc tuo optimarum artium ſtudio, & liberalibus omnibus nobilitate tua dignis a te perceptis diſciplinis, quam recte, FRANCISCE ornatiſſime, gloriam a majoribus acceptam tueris, & auges. His enim optimis artibus, quas

Digitized by Google

nunc ad ingenium tuum, & naturam perficiendam adhibes, majores tui tot jam ſaecula floruerunt. Nam ſive litteras ſpectes; litteratiſſimi prae caeteris ex tua familia prodierunt Jacobus, Vinaldus, Franciſcus, & Ferdinandus, cui poſtremo honorificentiſſimum etiam Patavii monumentum ducentis ab hinc annis in publico Gymnaſio poſitum eſt. Si vero ea, quae e republica ſunt; complures ſcientia rei militaris excelluerunt, ex quibus difficilia, & periculoſa bella adminiſtrarunt Jacobus, Conſtantius, duo Franciſci, & Ferdinandus, quibus propterea potentiſſimi quique Reges publice honores habuiſſe leguntur. Neque majores tui hanc tantum reipublicae partem geſſerunt, in qua multum fortuna dominatur, ſed illam etiam, in qua plurimum ratio poſſit, & diligentia. Nam Palamedes ampliſſimis muneribus functus ſub Maximiliano Sfortia, & Ludovico XII. Galliae Rege, a Fran-

ciſco

ciſco I. ejuſdem Galliae Rege Normandiae ampliſſimae provinciae praefectus eſt, & a Carolo V. Imperatore non tam ſplendoris inſignibus, quam opibus ornatus, ut mirum ſit, unum hominem difficillimis temporibus tot Principibus acceptum fuiſſe. Praetereo Ferdinandos, Rinaldos, Pompejos, Paullos-Camillos rerum geſtarum amplitudine claros, & Italiae non ſolum, ſed etiam exterarum nationum Principibus caros. Hoc nimirum antiquiſſimum eſt tuae familiae, decus illud ſequi, quod in virtute poſitum eſt, praeſertim quae illuſtratur meritis in rempublicam, & officiis in omne genus hominum. Hoc modo in oculis omnium ſplendet Pater tuus optimus, & ſapientiſſimus, CONSTANTIUS, homo ſumma prudentia, multa doctrina, plurimo rerum uſu, urbanitate ſingulari. Sed videar generi tuo gloriam ab Eccleſia ductam invidere, niſi ſaltem hujuſmet Genitoris tui Pa-

truum,

Digitized by Google

truum, Cardinalem ampliſſimum, Ferdinandum commemorem. Iſtius merita, & virtutes adhuc in luce Europae, & oculis hominum verſantur, & in auribus gentium, ac nationum poſitae ſunt. Eſt enim Eccleſia theatrum virtutibus datum, judicio eruditiſſimum, natura ita reſonans, ut ſignificationes, voceſque undique referantur. Incredibile porro eſt, quot laboribus, periculis, quanta virtute nomen in Eccleſia adeptus ſit, & quanta hominum gratia ampliſſimis AEmiliae legationibus ſatisfecerit, quantoque erga Eccleſiam ſtudio ferretur, ut in ejus amplificationem etiam opes omnes moriens legaverit. Horum imagines, credo, videre ſaepe avebat BENEDICTUS XIIII. *Pont. Max., cui tanta eſt animi perſpicacia, & prudentia, quanta cui maxime, cum te, & optimos germanos fratres tuos Ferdinandum, & Laurentium, exactis fere in his noſtris Scholis, & ſumma laude ex-*

pletis

pletis litterarum curſibus, una Romae nuper commorantes ſecum habere ſaepe volebat. Delectabat illum, opinor, memoria Patris tui abſentis, quocum diu familiariter vixerat, & Cardinalis ampliſſimi, cujus virtutes ea fere aetate, qua tu nunc es, admiratus fuerat. Sed vereor, ne cum nobiliſſimae familiae tuae ornamenta exponere velim, minuam etiam gloriam. Quare ad te redeo, quem tot majorum tuorum virtutibus ornatum admirari ſatis non poſſum, quarum cum ultima non ſit rerum phyſicarum cognitio, de quibus nonnunquam ea, qua ſoles humanitate, & ingenii praeſtantia mecum diſſeruiſti, mihi perſuadeo, libellum hunc meum tibi non injucundum fore, in quo nonnulla a me recens excogitata leges, quae ad celebre Leibnitii inventum pertinent, cujus hoc tempore videtur clara eſſe in primis, & nobilis inveſtigatio. Neque vero, etſi aliud judicium tuum fue-

rit, pugnabo tecum; neque hoc meum, quod hoc libro complexus ſum, unquam affirmabo eſſe verius, quam tuum. Poteſt enim non ſolum aliud mihi, ac tibi, ſed mihi ipſi aliud alias videri, ut jam accidit. Nunc autem ſi Leibnitium probarem, magnitudinem virium ſic explicarem, ut ipſe facit. Quid eſt enim magnum, cum effectus ſenſibiles videas quadratis velocitatum proportionales, ponere etiam cauſſas iiſdem quadratis proportionales? At cum cogitarem, nihil fere levius eſſe, quam ea confirmare, quae primo aſpectu occurrunt cuique: ſed in omni re circumſpectione aliqua, & accurata conſideratione opus eſſe; hac ipſa effeci, ut etiamſi aliquamdiu (quod ingenue fateor) in Leibnitii ſententia verſarer, nihilominus in veterum ſententiam mihi tranſeundum exiſtimarem. In quo illud expertus ſum, ut cum mihi Leibnitii praeceptum perdiſcere luſus fuiſſet, labor, &

con-

contentio fuerit, in veterum ſententiam redire. Sic nimirum facile confirmantur ea, quae primo aſpectu occurrunt, ſed laborioſum eſt, veritatem aſſequi craſſis plerunque occultatam, & circumfuſam tenebris. Hunc ergo laborem meum qualemcunque amplectere, & humaniter ſine, ut glorioſo tuo nomine decoretur. Sic enim inter caeteras virtutes tuas ea ſumma urbanitas apparebit, qua etiam minima in te officia non repudias. Vale.

Dabam Mediol. ex ædibus D. Alexandri XVII. Kal. Aprilis MDCCXXXXVIIII.

DON

DON FRANCISCUS CAJETANUS
SOLA

Congregationis Clericorum Regularium Sancti Pauli Præpoſitus Generalis.

QUum Diſſertationem *De magnitudine virium corporis naturalis* a Patre Don Auguſtino Maria Negri Congregationis noſtræ Presbitero Profeſſo compoſitam, duo ejuſdem Congregationis noſtræ eruditi Viri, quibus id commiſimus, accurata lectione, & gravi judicio recognoverint, & in lucem edi poſſe probaverint; Nos ut typis mandetur, quantum in nobis eſt, facultatem concedimus. In quorum fidem has fieri, ſigilloque noſtro muniri juſſimus. Datum Mediolani ex Collegio SS. Pauli, & Barnabæ Kalendis Aprilis anno Domini MDCCIL.

D. Franciſcus Cajetanus Sola
Præpoſitus Generalis.

D. Paulus Aloyſius Stampa Cancell.

Die 30. Martii 1749.
IMPRIMATUR.

F. Jo. Baptiſta Wahemans Ord. Præd. Commiſſ. S. Officii Mediolani.

F. Curionus Archipr. S. Euſebii pro Eminentiſſ. & Reverendiſſ. D. D. Card. Archiep.

Vidit Julius Cæſar Berſanus pro Excellentiſſimo Senatu.

IN-

INDEX
CAPITUM.

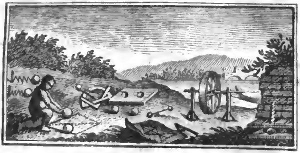
CAP. I. *Undenam vires ſumant magnitudinem ſuam.* pag. 1
CAP. II. *De magnitudine virium ex colliſione corporum.* 8
CAP. III. *De magnitudine virium ex mechanica.* 16
CAP. IV. *Unde initium ſumſit celebris quaeſtio de magnitudine virium vivarum.* 29
CAP. V. *Experientia aeſtimantur effectus ſenſibiles editi a corporibus libere decidentibus.* 36
CAP. VI. *Magnitudo velocitatum, quibus dicti effectus eduntur, in galilaeana accelerationis lege inveſtigatur.* 48
CAP. VII. *Utrum vires vivae corporum ſequantur rationem altitudinum, ex quibus libere eadem corpora decidunt.* 66
CAP. VIII. *An habenda ſit ratio temporis in aeſtimatione virium vivarum.* 81
CAP. IX. *Utrum ſit relatio aliqua inter vim vivam, & mortuam.* 95
CAP. X. *Qua ratione relaxentur elaſtra, & obices pellant.* 109

CAP.

CAP. XI. *Utrum argumenta ab elaſtris ducta leibnitianorum ſententiam confirment.* 127

CAP. XII. *Utrum ex colliſione corporum recte inferatur, vires vivas eſſe ut quadrata velocitatum.* 138

DE



DE MAGNITUDINE VIRIUM CORPORIS NATURALIS

CAPUT PRIMUM.

Undenam vires ſumant magnitudinem ſuam.

SOLENT nunc phyſici multa de viribus corporum, & motibus differere, ut nulla ſit alia fere in tota philoſophia pars, in quam illi majorem operam conferant, & majus ſtudium. In quo mihi videntur praeclare ſe gerere. Nam qui motus cor-

porum apte, & diſtincte declarant, nae illi phyſicam omnem, & univerſam naturam illuſtrant. Nam Univerſum, ut inquit Plato, motus eſt, & praeter motum nihil, & Ariſtoteles, ignorato motu naturam ignorari neceſſe eſt. Non ergo ſine apta, & diſtincta motuum explicatione effectricis naturae ratio explicari poteſt. At motus omnis vim aliquam conſequitur, & ſi vis aliqua ſine motu eſſe poſſit, ut in ſimplici preſſione accidit, non poteſt tamen motus aliquis eſſe ſine ulla vi. Ad vim ergo veluti ad principium, & fontem res tota revolvitur. Ac quamvis jam multa ſint, quae ad illam ſpectant, maxime cognita, ſunt tamen multa alia procul a cognitione noſtra, praeſertim quae ad illius magnitudinem pertinent. Phyſicorum ergo conſuetudinem ſequens, haec ipſa e tenebris, quibus circumfunduntur, in lucem, ut potero, clariorem educam, ut virium magnitudine ex integro percepta motus corporum, & naturales effectus clarius percipiantur. Sed aliqua ante de natura, & ſpeciebus virium dicenda ſunt.

Vis omnis inſidens corpori naturali

in id tota eſſe videtur, ut corpus moveat, & ſi quid aliud praeſtat, id quidem praeſtare videtur, ut corpus moveat. Nam ſi impedimentum aliquod invenit, illud urget, ut e medio tollat, & motum conſequatur. Quamquam dubito, an vires potius natura intenderit, ut impedimenta tollerentur, aut certae reſiſtentiae excitarentur, quam ut corpora ſimpliciter moverentur. Sed haec minus ad propoſitum noſtrum. Impedimentum porro duplicis generis eſt. Aliud enim magnum eſſe poteſt, & aequaliter reſiſtens potentiae pellenti, aliud non ita magnum, & minus reſiſtens. Cum primum genus impedimenti offendit vis, omni motu aſſignabili caret, & omni effectu; cum ſecundum invenit, motum non tantum, ſed etiam effectum edit. Quare etiam haec vis agens potius, quam movens a philoſophis dicitur. Qua de re extant praeclarae quoque apud antiquos ſententiae, qui haec ipſa ſubtilius tractabant.

Ex his efficitur, ut tres omnino virium ſpecies diſtingui poſſint, vis mortua, vis motrix, & vis viva. Vis mortua eſt, quae nititur quidem, motum in

Google

corpore producere, ſed illum actu non producit, propter vim aliquam in contrarium aequaliter reſiſtentem. Vis motrix, quae motum creat ſimpliciter, neque aliud efficit. Vis viva tandem, quae praeter motum, cui conjuncta eſt, aliquid efficit, & efficiendo abſumitur. Tres iſtae virium ſpecies in eodem globo plano incumbenti ſic diſcernuntur a Cl. Franciſco Maria Zanotto *in Comm. Acad. Bon.* Nam vis, qua globus quieſcens incumbit plano, eſt mortua, qua vero per planum fertur, eſt motrix, & qua ſuperat reſiſtentiam plani, eſt viva. Primam frangit planum, quod preſſioni ipſius globi, quae a gravitate manat, in contrarium aequaliter reſiſtit. Secunda corpus perpetuo moveretur, ſi quidem omnis a plano reſiſtentía auferretur. Tertiam vero paullatim tollit reſiſtentia ipſius plani.

Ex his viribus prima a qualibet alia, ut per ſe patet, diſtinguitur, ſecunda, & tertia a ſe pariter diſtinguuntur. Nam dici quidem poteſt, omnis vis viva eſt motrix, ſed non poteſt contra dici, omnis vis motrix eſt viva, ſed opponuntur hae duae propoſitiones, ut dialectice lo-

quar,

quar, ſecundum qualitatem, neque converti invicem poſſunt. Quod ſi igitur illae opponuntur, vis viva ſane a vi motrice diſtinguatur, neceſſe eſt. Id quod etiam oſtendit natura ipſa ambarum virium. Nam vis motrix motum creat, & non eſt ipſa ex motu, ſed motus ab ipſa. Contra vis viva motum conſequitur, & abſumitur in effectu edendo, fractione, excavatione, erectione, tractione, vectione, & hujuſmodi. At vis motrix natura ſua, ſemel ingreſſa in corpus, illud ad infinita ſpatia transfert, ut conſtat ex ante dictis. Itaque vis motrix omnino a vi viva diſtinguitur. Haec de natura, & ſpeciebus virium.

Redeo ad magnitudinem earundem. Vires, de quibus hic loquor, non ita motu carent omnes, ut ſi qua eſt ex illis, quae nullum habet aſſignabilem motum, ut vis mortua, haec ipſa etiam inchoato, & quamminimo motu careat, praeſertim hac aetate, qua infiniteſima ſic placent, ut nihil ſupra. Cui ergo deeſt aſſignabilis motus, tribuitur nunc a phyſicis infinite minor, quem iccirco initialem vocant.

Motu autem vis quaelibet ſe ipſam prodit. Nam omnis cauſſa ex effectu dignoſcitur; & quoniam omnis effectus proportionalis eſt ſuae cauſſae, etiam ex magnitudine motus vis ipſius magnitudo innoteſcit. Motus autem nihil aliud eſt, quam translatio corporis in plura ſucceſſive loca, quae ſi citius aſſequitur corpus, magis moveri dicitur, ſi tardius, minus. Quo circa motus certam habet affectionem, qua fit, ut ſpatium confectum referatur ad tempus, quo ſpatium ipſum conficitur. Haec affectio dicitur velocitas. Quapropter magnitudo velocitatis magnitudinem motus conſtituit.

Eadem porro velocitas quantitatem motus ex integro conſtitueret, niſi aliud eſſet in corporibus, quod velocitati junctum quantitatem motus faceret. Eſt autem maſſa, quae etſi natura ſua vim nullam conſtituere poſſe videatur, habens tamen certam proprietatem naturae adjunctam, poteſt hac ipſa magnitudinem vis conſtituere. Haec proprietas inſidens maſſae, per omnes phyſicos, eſt vis inertiae dicta, propter quam fit, ut materia omnis aeque reſiſtat mutationi ſtatus ſui, qui-

quicunque is ſit, vel quietis, vel motus. Quae quidem proprietas, cum ſit proportionalis quantitati materiae, quemadmodum gravitas, maſſa autem nihil aliud ſit, quam materiae quantitas, ex eo efficitur, ut jam fere maſſa pro vi inertiae ſumatur.

Cum igitur vis inertiae in eo corpore, quod movetur, motum ipſum quodammodo alat, ac nutriat, & ne deſtruatur, obſiſtat, erit ſane vis inertiae illud, quod velocitati junctum magnitudinem motus ex integro conſtituet. At ex magnitudine motus magnitudo vis innoteſcit, veluti ex effectu cauſſa. Ergo perſpicuum eſt, quam recte velocitate non ſolum, ſed etiam maſſa aeſtimari ſoleat vis. Quamquam ſi nihil eſt, quod impediat, quo minus vis omnis ſimplici maſſa aeſtimetur, multa tamen ſunt, quae obſtant, ne unaquaeque vis ſimplici velocitate aeſtimanda videatur. Nam etſi nihil fere apud phyſicos ſit, quod communem vis mortuae, & vis motricis menſuram, quae ex maſſa, & ſimplici velocitate ſumitur, variare poſſit, multa tamen in promtu ſunt apud complu-

res, quae menſuram vis vivae variare videntur. Horum ego cauſſa potiſſimum hanc ipſam diſputationem aggreſſus ſum. Quare ut illam clarius exponam, magnitudinem vis ſive motricis, ſive mortuae, ex colliſione corporum, & ex mechanicis primum firmabo, inde enim ad vires vivas faciliori via me conferam.

CAPUT SECUNDUM.

De magnitudine virium ex colliſione corporum.

Commodissima eſt ea phyſicorum methodus, qua cum abſolutam rei alicujus proprietatem ſcrutantur, omnia illa a re ipſa removent, quae nihil ad eandem proprietatem facere videntur, ut potius impediant, quo minus illa clare, & diſtincte percipiatur. Nec quiſquam eſt, opinor, qui hanc utilitatem non videat. Nam quid externa impedimenta recenſentur, cum abſoluta rei alicujus proprietas conſideratur? Nam ſi cum aliis juncta, & complicata ſpectatur, jam non ſumitur ut abſoluta, ſimplex, & uniuſmodi.

modi. Unde fieri nequit, ut clare, & diſtincte percipiatur. Hujus generis eſt magnitudo virium, quae ex congreſſu, & colliſione corporum exquiritur. Nam ſi corpora ſumas, quae nullam habeant aliam proprietatem, quam, quae neceſſaria eſt ad vires, vel excipiendas, vel transferendas, claram omnino, & perſpicuam virium ideam habebis. At contra ſi affectiones quaslibet in corporibus conſideras, quae magnitudinem virium variare, involvere, & pene obruere videntur, nonniſi obſcuram valde, & ineptam virium ideam habebis. Eſt ergo utiliſſimum, proprietates omnes a corporibus, ſe collidentibus, amovere, quae nihil ad intelligendam virium magnitudinem conferunt. Quocirca has ego tantum proprietates ſupponam, vim inertiae, impenetrabilitatem, & duritiem perfectam. His enim admiſſis perſpicua fit virium magnitudo, quam per ſequentes propoſitiones declaro. Sed ante nonnulla praemittenda ſunt, ne aliquid ponere videar, quod probare non poſſim.

Corpora omnia cujuſcumque molis, ab eadem vi pulſa, aequali velocitate move-

moverentur, ſi quidem nulla eſſet in corporibus vis inertiae, quae dictam velocitatem temperare poſſet. Nam cur non ingens quodcumque corpus ita celeriter ferretur, ut minimum quodcumque, ſi ab aequali vi utrumque pelleretur? Equidem excepta vi inertiae nihil praeterea aliud in corpore, utcumque magno, eſſet, quod velocitatem minuere poſſet. Intelligitur ergo, ut vis inertiae inſidens corporibus, eaque pro quantitate materiae, faciat quidem, ut illa corpora minorem accipiant velocitatem a certa quadam vi, quae majorem habent maſſam, ea vero majorem, quae minorem continent materiae quantitatem. Itaque eadem vis, in varias maſſas ingreſſa, velocitatem gignit in ratione inverſa maſſarum.

Quodſi ſpectentur variae vires, in eandem maſſam ingreſſae, non dubito, quin concedatur a phyſicis, majorem velocitatem tribui debere a majori vi, minorem vero a minori ita, ut vires ſequantur rationem velocitatum. Id enim rurſus infertur ex vi inertiae, quae eſt proportionalis quantitati materiae. Nam aliter,

aliter, hac excepta, ita facile corpora moverentur velocitate ſimplici, quemadmodum dupla, tripla, & hujuſmodi: imo aut tantam, opinor, omnia corpora reciperent velocitatem a qualibet vi, quantam maximam habere poſſent, aut certe temerario quodam, & fortuito caſu agerent vires motrices; poſſet enim eadem vis motrix modo majorem, modo minorem velocitatem tribuere eidem corpori fere, ut liberet. Quo circa loco axiomatum haberi haec poſſunt.

Axioma Primum.

Propter vim inertiae, in ratione maſſae reſiſtentem, facilius movetur certum corpus cum certa velocitate, quam corpus duplum, triplum, & hujuſmodi, cum eadem velocitate. Quocirca vis, quae plura corpora movet, & eandem omnibus velocitatem tribuit, proportionalis eſt maſſis eorundem, & eadem vis, in plura corpora diſtributa, velocitatem gignit in ratione inverſa maſſarum.

Axioma Secundum.

Propter eandem vim inertiae, in ratio-

ratione maſſae reſiſtentem, facilius movetur corpus cum certa velocitate, quam cum velocitate dupla, tripla, & hujuſmodi. Quare vis, movens aliquod corpus, ſequitur rationem velocitatis.

Axioma Tertium.

Corpus, quod movetur, ubi aliud offenderit, tanta propellet vi, quanta ſatis erit, ut non ſit ei amplius impedimento; neque enim, majorem vim tribuere debere, docet ratio.

Axioma Quartum.

Vis movens aliquod corpus, ſive ex integro deſtruatur, vi aequali, & contraria deſtruitur, ſive ex parte tantum deſtruatur, vi pariter aequali, & contraria eidem parti deſtruitur.

His poſitis oſtendam ex colliſione duorum corporum, magnitudinem virium certam eſſe, & invariatam, hoc eſt aequalem producto maſſae in ſimplicem velocitatem. Sequar autem fere methodum a Cl. Zanotto *in Comment. t.* I. traditam.

Tres praecipue caſus ſunt, quibus colliſio duorum corporum A, & B fieri po-

poteſt. Nam dum A incidit in B, vel B quieſcit, vel movetur; & ſi movetur, vel movetur eadem directione, qua A, ſic tamen, ut A velocius feratur, & iccirco aſſequatur B, & ipſum pellat, vel movetur directione contraria. Quapropter

Ad primum dico, ſi A incidit in B, dum B quieſcit, ſic moventur poſt ictum ambo corpora, ut aequalis ſit utriuſque velocitas, & ſumma virium eadem, quae prius erat in A. Demonſtratur. A incidens in B, *ex axiom.* 3., tanta vi propellit ipſum B, quanta ſufficit, ut non ſit ei amplius impedimento. Itaque poſt ictum ambo corpora ſimul juncta feruntur ſecundum eandem directionem, & iccirco aequalem habent velocitatem. Quod erat primum. Sed vis tota, quae prius erat in A, jam eſt in duas maſſas diſtributa. Ergo *ex ax.* 1. velocitas utriuſque corporis tanto erit minor, quanto ſumma maſſarum fuerit major. Hoc dato productum hujus velocitatis in maſſas aequale eſt producto velocitatis prioris in maſſam A. Ergo ſumma virium poſt ictum eadem eſt, quae

prius

prius erat in A. Quod erat alterum.

Ad ſecundum dico, ſi A incidit in B, dum B movetur eadem directione, qua A, ambo corpora poſt ictum moventur aequali velocitate, & ſumma virium aequalis eſt viribus prioribus. Demonſtratur. Dum A aſſequitur B, & ipſum pellit, huic tantam tribuit vim, quanta ſufficit, ut non ſit ei amplius impedimento, ex antedictis. Itaque poſt ictum aequali velocitate ambo corpora ſimul juncta feruntur. Quod erat primum. Sed in hoc caſu quantum virium tribuitur alteri, tantum detrahitur a primo, ut patet. Itaque vis utriuſque corporis poſt ictum eadem eſt, ac ſumma virium priorum. Quod erat alterum.

Ad tertium dico, ſi A incidit in B, dum B movetur directione contraria, ambo corpora in ipſo ictu ſiſtuntur, ſi quidem maſſas habuerint in ratione inverſa velocitatum. Quod ſi maſſae aliam rationem ſequentur, erit ſumma virium poſt ictum aequalis differentiae virium priorum. Demonſtratur. Nam ſi velocitates corporum ſunt in ratione inverſa maſſarum, vires utriuſque corporis aequa-

quales ſunt, *per ax.* 1., *&* 2. Quare deſtruuntur ex integro ambae vires, *per ax.* 4., unde corpora in ipſo ictu ſiſtuntur. Quod erat primum. Quod ſi velocitates aliam rationem ſequuntur, corpus, quod majorem habet vim, pellere debet alterum ſecundum ſuam directionem, adeoque aequali velocitate ambo corpora deinceps feruntur. Sed vires in hoc caſu ante ictum contrariae ſunt, etſi una major ſit altera. Itaque *per ax.* 4. debent corpora poſt ictum ea parte virium moveri, qua major excedit minorem. Igitur vis utriuſque corporis poſt ictum eadem eſt, ac differentia, ſeu reſiduum virium priorum. Quod erat alterum. Hinc cognitis maſſis, & velocitatibus, quibus ante ictum ferebantur corpora, facile eſt, etiam aſſignare velocitates, & vires, quibus poſt ictum ferri debent.

Ex his ita curſim propoſitis plane intelligitur, magnitudines virium non aliam rationem ſequi, quam quae maſſis in ſimplices velocitates ductis reſpondet. Id enim ferunt leges colliſionis corporum. Sequitur, ut idem ex mechanica oſtendatur. Quod in hunc modum perficio.

CA-

CAPUT TERTIUM.

De magnitudine virium ex mechanica.

Non ſolum motu vires corporum, ſed etiam actione ſe produnt. Primum illud ex colliſione corporum ſupra vidimus, ſequitur, ut alterum videamus. Id autem non clarius, ut puto, percipitur, quam ex mechanica. Nam iſta non tam motus corporum, quam actiones eorundem ſcrutatur, & confert. Imo cum machinae omnes, unde illa nomen ſumſit, eo fine inſtitutae ſint, ut temporis, vel virium compendio ingentes corporum reſiſtentiae vincerentur, patet ſane, illam in actionem potius corporum intendere, quam in ſimplicem motum.

Jam vero actioni contraria eſt ſemper, & aequalis reactio, ſeu corpus omne, in aliud agens, reſiſtentiam invenit in patiente, actioni ſuae aequalem. Quod ita intelligendum eſt, ut ab actione omnino facultas agendi, ſeu potentia diſtinguatur. Nam cum actio quandoque aequalis ſit potentiae, quandoque mi-

minor, eſt enim applicatio facultatis ad agendum, quae pro varietate reſiſtentiae, vel tota in actionem tranſit, vel partim; cenſendum eſt quidem, actionem ſemper eſſe aequalem reactioni, non ita vero etiam facultatem. Nam ſecus facultas nulla reſiſtentiam vincere poſſet, ſeu nihil unquam efficeret.

Cum igitur facultas in actionem tota tranſierit, reſiſtentiam oppoſitam vincere nullo modo poterit, ſed erit ea omnis in aequilibrio cum reſiſtentia. Quod ſi non tota in actionem tranſierit, reſiſtentiam vincere poterit; quibus duobus tota mechanica continetur. Facultas autem, ſeu vis quaecumque agens duobus conſtituitur, altero, quod eſt vis inertiae, vel maſſa, altero, quod eſt velocitas. Nam omnino haec duo facultatem agendi, ſeu momentum faciunt in corporibus naturalibus, maſſa, & velocitas, ut etiam ſupra diximus. Quare ſi omnis maſſa, & velocitas in actionem tranſeunt, cum huic aequalis ſit ſemper reactio in patiente, patientis reſiſtentiam facultas nullo modo ſuperare poterit. At ſi vel portio maſſae, vel etiam velocita-

Digitized by Google

tis in actionem tranſeat, facultas reſiſtentiam vincet, hoc eſt portionem aliam adhibebit ad ſe movendum. In quo omnis victoria ſita eſt, & effectus omnis. Unde praeclare inquit Plato, Univerſum eſſe motum, & duas eſſe motus ſpecies, quarum altera in agendo, altera in patiendo verſatur, quarum congreſſu, compulſuque mutuo (hoc eſt translatione quadam, & motu) effectus eveniunt numero infiniti.

Haec duo in machinis perſpicua ſunt. Nam, ut de vecte loquar, qui inter machinas principem tenet locum, tum quia valde ſimplex eſt, tum etiam quia magno uſui eſt in mechanicis, ſi ad duo extrema vectis jungantur duo pondera inaequalia, ſuſtentetur autem vectis fulcro aliquo; erunt ſane pondera illa duo, tamquam potentiae duae, quae ſe invicem ſuperare contendent. Nam cum utraque deorſum tendant, nequeant autem ambo ſimul deorſum ferri, propterea quod vectis fulcro ſuſtentatur, alterum conatur elevare aliud, ut ipſum feratur deorſum. Quo circa ſi facultas alterutrius, ſeu momentum omne, quod

ex maſſa, & velocitate oritur, majus erit, hoc quidem alterum elevabit. Quod ſi momenta utriuſque aequalia erunt, neutrum poterit alterum elevare, ſed erunt ambo in aequilibrio.

Momenta porro ſic facile determinantur. Maſſa ex ipſo pondere innoteſcit, nam gravitas proportionalis eſt quantitati materiae. Velocitas autem hoc modo determinatur. Vectem circa fulcrum verſari oportet, ſi alterum pondus alterius reſiſtentiam vincere debet. Deſcribent ergo utraque corpora eodem tempore arcus duos circulorum, quorum commune centrum erit in puncto, quo vectis fulcro ſuſtentatur, unde illud centrum motus, aut etiam centrum gravitatis dicitur. Quapropter tanta erit uniuſcujuſque velocitas, quantus fuerit arcus ab unoquoque deſcriptus. Sed arcus deſcripti ſunt ſimiles, *per* 33. *l.* 6. *Eucl.*, inſiſtunt enim angulis, qui ſunt ad verticem in centro vectis oppoſiti, adeoque aequales, *per* 15. *l.* 1. *Eucl.* Ergo erunt arcus ut radii, *per* 1. *&* 2. *l.* 12. Sed radii exhibent ipſas diſtantias corporum a centro motus. Ergo erunt ve-

locitates corporum, ut dictae diſtantiae. Quod ſi igitur diſtantiae corporum a fulcro fuerint in ratione inverſa maſſarum, erunt etiam velocitates in eadem ratione. Hoc poſito momenta utriuſque aequalia ſunt. Quamobrem neutrum pondus alterum elevabit.

Mirabitur fortaſſe aliquis, hoc loco momenta corporum ſumi ex maſſa, & velocitate, etiam cum corpora quieſcunt. Nam quid velocitas, inquiet, quae non eſt actu, ſed eſſet, ſi moveretur corpus, praeſens tamen momentum corporis ingreditur? Mirum eſt ſane, naturam praeſenti non ſolum, ſed etiam futurae velocitati efficaciam tribuiſſe, voluiſſeque, ut idem efficeret promtitudo ad motum, quod motus ipſe poſſet. Verum ſi nulla re magis, quam motu, natura ſe prodit, & motu effectus eveniunt numero infiniti, quid minus mirandum eſt, naturam ſic motum amaſſe, ut ipſam etiam promtitudinem ad motum efficacem voluerit? Quamquam eſt etiam in ipſa promtitudine ad motum communis cum motu efficacia. Nam omnis potentia, ad motum proxime expedita, motum creat in cor-

po-

Digitized by Google

pore, in quo ineſt, vel certe impellit corpus ad motum. Quare eſt vis motrix. Sed moventis, & moti, ut inquit Ariſtoteles, actus unus eſt, & idem. Ergo eadem eſt in promtitudine ad motum, quae eſt in ipſo motu efficacia. Ut igitur momentum corporis, quod movetur, maſſa, & velocitate aeſtimatur, ita momentum corporis, quod eſt proxime ad motum expeditum, maſſa & velocitate aeſtimandum eſt. Id quod contingit in corporibus, ad machinas applicatis, & in aequilibrio exiſtentibus.

Quamquam ſi haec etiam vera non eſſent, minus tamen contra propoſitum meum facerent. Nam non potentias ego, & vires, in aequilibrio quieſcentes, conſidero, ſed alteram quidem, vincentem reſiſtentiam alterius, ſpecto. Quocirca actuali velocitate magnitudinem virium dimetior. Jam ergo alterutrius corporis, ad extremum vectis adjecti, maſſa paullulum, aut diſtantia a fulcro augeatur, erit hujus momentum majus, adeoque alterum attolletur. Itaque magnitudo virium ex maſſa, & ſimplici velocitate ſumenda eſt.

Mirum eſt porro, ut in reliqua mechanica maſſae velocitatibus ſic temperentur, ut, aucta maſſa, velocitate minore, aucta vero velocitate, maſſa minore indigeat facultas quaevis ad operandum. Quare nihil habere antiquius natura videtur proportione hac compoſita. Neque neceſſe eſt, haec ultra perſequi in omnibus machinis, ſive ſimplicibus, ſive compoſitis. Sunt enim ea jam diu a phyſicis in luce clariſſima poſita.

Illud omittendum non eſt, quod ita natura momenta corporum conſtituit, ut nihil fere magis, quam ſimplicem velocitatem amaſſe videatur. Id quod in potentiis ad machinas applicatis patet clariſſime: quodque ita declaro.

Solent mechanici ſpatia non ſolum, & tempora, ſed etiam velocitates, & vires per longitudines linearum deſignare. Quod cum faciunt, non tam proportiones earundem, quam magnitudines indicare contendunt. Idque non ſolum ubi de colliſione corporum, & compoſitione motuum differunt, ſed etiam ubi de machinarum potentiis. Quocirca vectem illi ponunt, tamquam lineam rec-

tam,

tam, cui rectas alias adjungunt, veluti potentiae, & pondera ad vectem applicari ſolent, & eaſdem rationes tribuunt rectis, quas in potentiis obſervant. Itaque ſi rectae adjunctae pondera duo ſignificent, quorum ratio ſit 1 ad 2, etiam longitudines linearum ponunt, ut 1 ad 2; & quoniam directiones ponderum ſunt ad horizontem perpendiculares, etiam ad vectem horizontaliter collocatum adjiciunt rectas duas, quae veluti ab extremis cadant ad horizontem perpendiculariter. Quo pacto facile inveniunt centrum motus in vecte, quod eſt ſane punctum illud, a quo ſumtae portiones vectis ad directiones potentiarum ſunt in ratione inverſa earundem potentiarum. Ex quo prodeunt momenta utrinque aequalia. Nam rectangula ex potentiis, & diſtantiis utrinque confecta, aequalia ſunt. Unde quia diſtantiae ſunt, ut velocitates, producta maſſarum in velocitates pariter aequalia ſunt.

Haec quidem illi in vecte conſiderant, cum directiones potentiarum ſunt ad ipſum vectem perpendiculares, portiones ſcilicet vectis a centro motus ad di-

Digitized by Google

directiones uſque potentiarum recte velocitatum magnitudines indicant. At cum directiones potentiarum ad vectem oblique ſe habent, aliam viam ineunt. Nec enim tunc velocitates ſe habent, ut dictae portiones vectis, ſed aliae ſunt. Nimirum ducta a centro motus ad directionem potentiarum perpendiculari, haec ipſa exhibet diſtantiam potentiarum a centro motus, adeoque veram velocitatem. Nam maſſae duae tantum moventur circa commune centrum, cum caetera ſunt paria, quantum diſtant ab ipſo centro. Quare ſi rectae ad vectem adjunctae ſunt perpendiculares, tantum moventur, quanta eſt portio vectis, qua a centro diſtant. At ſi alio quodam modo inclinantur ad vectem, non tantum revera moventur, quanta eſt portio vectis, cui nectuntur, ſed quanta eſt perpendicularis, ducta a centro motus ad earundem inclinationem; haec enim eſt omnium, quae a centro ad directiones potentiarum duci poſſunt, breviſſima.

Hac itaque perpendiculari ſpectata, momenta potentiarum inveniuntur aequalia, non aliter. Quare ſi alterutrius momen-

mentum augeatur, haec alteram facile vincit. Mirum eſt ergo, naturam non in quamlibet diſtantiam potentiarum a centro motus intendiſſe, ſed in eam tantum, quae veram velocitatem indicaret, ut eſſet velocitas quaſi praecipuum momenti conſtitutivum.

Hoc jam transferre ad alias machinas licet, ex quibus duas potiſſimum ſumam, quarum altera eſt Geranium, quae ad axem in rota refertur, altera eſt Cochlea. Geranium enim eſt rota illa valde ampla, intus vacua, inſtar tympani, quae unum, aut plures homines continet, qui cum gradus interiores rotae ſucceſſive premunt, quaſi aſcendentes, re autem vera rotam deprimentes, cylindrum verſant, cui, veluti axi, rota adjuncta eſt, & una funem ductarium, qui cylindro perpetuo obvolutus onus adducit ſimul, & elevat. In ea, ut recte notat Cl. Grandi, velocitas potentiae, quae ad rotam verſandam applicatur, non tanta eſt, quantus eſt radius ipſius rotae, ſed quanta eſt perpendicularis, ducta a centro rotae ad directionem potentiae, adeoque ad lineam directionis hominis, ſi homo intus rotam mo-

movet; hac enim vere diſtat homo a centro motus, adeoque tantum movetur. Quod in potentia movente accidit in Geranio, apertius contingit in Cochlea. Sed eſt prius aliquid dicendum de potentia retinente corpus in plano inclinato, ne cadat.

Corporis, in plano inclinato poſiti, gravitas reſpectiva, prae abſoluta, tanta eſt, quanta eſt altitudo plani, prae longitudine ipſius. Quapropter vis retinens corpus in plano inclinato, ne cadat, debet tanta eſſe ad vim, ſuſtinentem totum pondus, quanta eſt altitudo plani ad longitudinem ipſius. At niſi illa recte dirigatur, fruſtra, ut talis ponitur. Nam ſi directio potentiae, ſuſtinentis in plano corpus, eſt verticalis, ſeu ad baſin plani perpendicularis, ea, ut retineat corpus, debet eſſe aequalis fere, & contraria gravitati abſolutae ejuſdem corporis. Quo magis ergo a verticali diverget potentia, eo facilius retinebit corpus, quouſque illius directio parallela fuerit longitudini plani, & in oppoſitum tendet, ſic enim vis erit omnium minima, quae valebit corpus in plano ſuſtinere, & erit ad gravita-

vitatem abſolutam, ut altitudo plani ad longitudinem ipſius. Cujus ratio eſſe videtur, quod ſi potentiae duae minus divergunt a ſe, eo minus deſtruuntur; deſtruuntur autem ex integro, ſi ſint ex diametro oppoſitae, & aequales. Hoc poſito.

Cochlea nihil aliud eſt, quam veluti planum inclinatum, in ſuperficie cylindri perpetuo in orbem ductum. Reſiſtentia ergo, quae plerumque eſt ipſa corporum gravitas, applicata huic plano, propterea quod agit directione ad baſim Cochleae perpendiculari, pro inclinatione volutarum Cochleae imminuitur. Quare reſiduum minori vi tollitur. At vis, applicata Cochleae ad tollendum reſiduum iſtud, agit directione ad axem Cochleae perpendiculari, talis eſt enim manubrii infixi directio. Ergo perſpicuum eſt, ut, accedente directione reſiſtentiae ad perpendicularem ipſius axis, facilius haec ipſa a potentia ſuperetur, propterea quod ita ad oppoſitam directionem magis convergit. Accedit autem reſiſtentia ad dictam directionem, ut ex forma Cochleae colligitur. Quocirca etiam Cochleae anguſtiores habentes ſpiras, ſeu vo-

volutas minus acclives, efficaciores ſunt; ut continua conſtat experientia.

Ex his intelligitur, idem omnino vigere principium compoſitionis virium in machinis, quod jam diu in aliis phyſici obſervarunt. Nam niſi potentia, & reſiſtentia directionem habeant ad lineam, tranſeuntem per centrum motus, perpendicularem, non habent directionem ex diametro oppoſitam. Quo circa ut earundem directio, producta, ut fas erit, aliqua ex parte ad eandem lineam magis converget, eo minus deſtruentur vires, omnino ut vires duae motrices, in uno corpore unitae, minus deſtruuntur, quo magis convergunt ad ſe, ſeu quo acutiorem angulum formant; quod ſi vires divergent a ſe, & angulum obtuſiorem intercipient, quouſque e diametro opponantur, eo magis, magiſque elidentur. Quod etiam in machinis praeclare accidit. Ex quo apparet, quantum natura ſibi in omnibus conſentiat, ut idem principium, quod in aliquibus ponit, vigere in omnibus ejuſdem generis velit. Quod ſi hoc ipſum principium univerſale voluit natura, cur non etiam alterum, magnitudines

Digitized by Google

nes virium ex maſſa, & ſimplici velocitate ſumendas eſſe? Sed hujus ſupereſt inveſtigatio major, quam ſic habere licet.

CAPUT QUARTUM.

Unde initium ſumſit celebris quaeſtio de magnitudine virium vivarum.

Momenta corporum hucuſque, & vires, quibus illa reſpondent, maſſis tantum, & velocitatibus proportionales poſuimus. Id enim tum leges colliſionis corporum, tum etiam principia mechanicae poſtulabant. Quare perſpicuum videretur, omnem vim corporum ex maſſa, & ſimplici velocitate ſumendam eſſe. Sed res aliter jam fere ſe habet. Tantum enim abeſt, ut corporum vim maſſa, & velocitate aeſtimandam eſſe, phyſici omnes velint, ut potius complures ad vim mortuam, ſeu tamquam ad non vim referant vim omnem ex maſſa, & ſimplici velocitate deſumtam, ad vim vivam vero, ſeu tamquam ad veram vim, quae maſſae, & quadrato velocitatis aequalis eſt. Cum ergo crederetur tot praeceptis,

& le-

Digitized by Google

& legibus firmata virium menſura, quae ex ſimplici velocitate ſumeretur, ecce ingentem quaeſtionem, qua prope ad non vires traductae ſunt illae omnes, quas non quadratum velocitatis metitur. Hoc igitur uti recte fiat, praeſenti diſputatione patebit. Quam ut clarius exponam, rem omnem ita ab initio ducam.

Triplex, ut dixi *cap.* 1., eſt vis corporum, vis mortua, vis motrix, & vis viva. Mortua eſt, quae ad motum quidem jugiter impellit corpus, ſed motu ſemper caret propter obicem invincibilem. Motrix, quae motum creat, neque aliud efficit. Viva, quae praeter motum, cui conjuncta eſt, aliquid efficit, & efficiendo abſumitur. Has vires a ſe diſtingui, eodem loco oſtendi. Et quamvis philoſophi veteres vim vivam non dixerint, agentem tamen cum a movente diſtinguerent, ſatis etiam vim vivam indicarunt. Neque ſubtilius illi rem hanc proſecuti ſunt. Nec enim aut experimenta capiendi, aut comparandi vires corporum, & dimetiendi valde ſolliciti erant, ſed alio quodam modo motus corporum, & vires tractabant. Recentiores con-

contra momenta, & vires diligentius ſcrutantur, eaſque verſant multis modis, & proportiones varias ſequuntur, ut magnitudinem, & quantitatem agnoſcant. Quod nos etiam praeſenti diſputatione faciemus.

Horum communis diu fuit opinio, vim omnem corporum maſſa, & velocitate aeſtimandam eſſe, & maſſa quidem, ac ſimplici velocitate, cum vires corporum conferrentur, quae maſſas haberent inaequales, ſola vero velocitate, cum haberentur maſſae aequales, quae quidem plerunque ponuntur aequales, ut omne momentum ſola velocitate aeſtimetur. Id enim ex univerſa motus tractatione inferri videbatur. At cum patienter aliqui effectus illos ſcrutarentur, quos corpora edunt, poſtquam motu potiſſimum accelerato feruntur, eoſque non ſimplici velocitati, ſed iſtius quadrato proportionales perciperent, vires quoque, ex quibus dicti effectus prodibant, rationem aliam ſequi putarunt. Quos inter fertur Leibnitius, primum id inveniſſe, & vim vivam nominaſſe, ut quam quadrato velocitatis proportionalem poneret, ean-

eandem a vi mortua diſtingueret, quae ſimplicem omnino velocitatem ſequitur. Hic enim vero ingens illa orta eſt inter philoſophos diſſenſio, quorum alii vires vivas quadrato velocitatis proportionales ponere, propterea quod inventum Leibnitii non aliter explicari poſſe videbatur, alii contra repugnare, & contendere, idem inventum explicari poſſe, quin immutanda eſſet communis virium menſura, refugere inſuper nomen vis vivae, tamquam inutile quiddam, & inanis novitatis argumentum.

Multa ſunt, quae ab utraque parte ſubtiliter, & erudite diſputata ſunt; eoque res progreſſa eſt, ut non ſolum phyſici, ſed etiam mathematici clariſſimi, & nationes pene integrae in contrarias partes diſtractae ſint. Cumque eſſet quaeſtio in ſolis effectibus naturalibus, qui primo rationem ſimplicis velocitatis excedere inventi ſunt, translata eſt inde ad multa alia, ut jam fere nihil ſit in omni tractatione motus, quod non prope, quadratum velocitatis ſequi, cogatur. Cum ergo adeo diffuſa ſit haec quaeſtio, ut omnia ſimul perſequi non liceat, con-

contrahere illam in primis, & ad ſuum principium revocare opportuniſſimum judico. Principio enim explicato facilius caetera patebunt.

Eſt autem primo omnis quaeſtio ducta a ſenſibilibus effectibus, quos corpora edunt cadendo, vel in ſubſtantiam mollem, vel in planum horizontale perfecte elaſticum. Nam cum foveae excavatae, vel ſpatia iterum aſcendendo luſtrata altitudinibus ipſis, unde corpora libere decidunt, proportionalia invenirentur, proclive fuit profecto, ſenſibiles effectus altitudinibus proportionales ponere, & quod altitudines, juxta galilaeanam accelerationis legem, ſunt in ratione duplicata velocitatum, etiam effectus ponere in ratione duplicata velocitatum, cumque effectibus cauſſae proportionales ſint, etiam cauſſas, ſeu vires, quibus dicti effectus ederentur, quadratis velocitatum proportionales ponere. Hinc ergo initium ſumſit celebris quaeſtio, in quo ego paullo immorabor; habet enim aliquid, ut puto, quod ſi clare percipiatur, omnem quaeſtionem facile tollit.

Itaque effectus editi a corporibus libere

bere decidentibus, ſeu quae ſola vi gravitatis deorſum pelluntur, juxta leibnitianos proportionales ſunt altitudinibus, unde ipſa corpora cadunt. Sunt ergo, ut quadrata velocitatum. At qui oriuntur a vi viva, quae propter reſiſtentiam, quam invenit, ſenſim abſumitur. Quid ergo, inquiunt, vim eandem ſimplici velocitate metimur? Nam ſi ita metienda eſt, ea eſt in ratione ſubduplicata altitudinum. Sunt enim velocitates corporum cadentium in ratione ſubduplicata altitudinum. Non ergo vires corporum cadentium ſimplici velocitate, ſed quadrato velocitatis aeſtimandae ſunt. Haec illi.

At contra, qui veterem ſententiam de magnitudine virium tuentur, illi vel negant, effectus ex integro proportionales eſſe altitudinibus, ex quibus corpora cadunt, vel negant, vim tantam acquirere corpus, quantam ipſa altitudo exaequat, etiamſi effectum producat altitudini proportionalem. Sed cum acceptiſſima accelerationis lege a Galilaeo tradita ſint ſpatia percurſa, ut quadrata velocitatum, etiam vires volunt, ut radi-
ces

ces ſpatiorum, adeoque ut ſimplices velocitates. Explicant tamen, ut tales vires edere poſſint effectus altitudinibus proportionales.

Ex his efficitur, ut omnis quaeſtio ad initium ſuum revocata in his duobus verſetur, primum an effectus editi a corporibus libere decidentibus proportionales ſint altitudinibus, ſecundo, an etiamſi effectus proportionales ſint altitudinibus, vires tamen, unde illi prodeunt, altitudinibus ipſis proportionales ſint, an radicibus tantum, ſeu velocitatibus, quia forte effectus illos edere poſſunt, etiam ſecundo modo acceptae. Primum experientia, ſecundum ratione inveſtigatur; & quoniam ſecundum huc redit, ut vera virium magnitudo, effectibus producendis idonea, dignoſcatur, ex re eſſe videtur, etiam in ipſam effectuum magnitudinem intendere. Eſt enim fortaſſe effectus alter ſenſibilis, qui vim, cui tribuitur, excedere videtur, alter non ita ſenſibus patens, qui vim eandem adaequans, a qua proprie manat, facit tamen, ut ſenſibilis ille eandem vim, cui minus proprie tribuitur, excedere videatur. Qua-

propter ſecundum in alia duo diſtinguitur, quibus tum in ipſam virium magnitudinem, tum in effectus, viribus attribuendos, intenditur. At magnitudo virium non clarius, mea ſententia, percipitur, quam evoluta a galilaeana accelerationis lege velocitatum magnitudine. Itaque in hanc quaeſtionem ita ingrediendum exiſtimo.

CAPUT QUINTUM.

Experientia aeſtimantur effectus ſenſibiles editi a corporibus libere decidentibus.

Effectum ſenſibilem voco, cito obvium ſenſibus, & primo aſpectu cuique occurrentem. Hujuſmodi ſunt foveae excavatae in argilla molli, reditus corporis ſurſum, ubi aliquo modo vi in deſcenſu acquiſita iterum aſcendere cogitur, & quidvis ejuſdem generis, in quo vel caeteris paribus, vel ſi placet amotis, una vis in deſcenſu acquiſita elucet. De iſtis loquens

Dico. Effectus ſenſibiles, editi a corporibus libere decidentibus, ut conſtat

ſtat experientia, ſequuntur rationem duplicatam velocitatum.

Demonſtratur. Cl. Graveſandus periculum ſaepe inſtituit in argilla molli, in quam nonnullos globos demiſit a diverſis altitudinibus, ut a foveae excavatione eorundem globorum effectus dignoſceret. Itaque globos duos ſumſit ejuſdem diametri, ſed inaequalis maſſae, quorum gravitates erant, ut 1 ad 2; eoſque ab aequalibus primum, tum vero ab inaequalibus altitudinibus dimittens, haec habuit praecipue. Cadentes globi ab altitudine *9* pollicum foſſas effecerunt, quae erant inter ſe, ut 1 ad 2, ab altitudine 18 pollicum, ut 2 ad 4. Hic enim vero videntur effectus neque velocitatibus, neque quadratis velocitatum proportionales, ſed tantum maſſis. At ſi rite comparentur, patet ratio, quam habent ad maſſas non ſolum, ſed etiam ad velocitates. Nam quod par illud globorum ab altitudinibus aequalibus cadens foveas excavet in ratione maſſarum, id ex velocitatum aequalitate conſequitur. Nam cum duae quantitates aequales ſunt, ſi in alias duas inaequales ducantur, ha-

rum rationem non mutant; unde etiam contemni a mathematicis ſolent, & commodiſſime quandoque a mutua relatione, ſeu proportione ſubduci. Sunt autem velocitates aequales, ut patet, ſi altitudines, unde globi decidunt, aequales ſunt. Itaque alio quodam modo conferendi ſunt dicti effectus. Nimirum globus primus, cujus maſſa eſt 1, ab altitudine 18 cadens, aequalem foveam excavat ei, quam facit ſecundus, cadens ab altitudine *9*. Sunt ergo hoc modo effectus utriuſque aequales. At nequeunt eſſe aequales, niſi quadrato velocitatis aeſtimentur, hoc eſt niſi maſſae in altitudines ducantur, quibus reſpondent quadrata velocitatum; ita enim $1 \times 18 = 2 \times 9$, cum contra $1 \times \sqrt{18}$ aequale non ſit $2 \times \sqrt{9}$. Ergo quadrato velocitatis, non ſimplici velocitate aeſtimandi ſunt effectus ſenſibiles, editi a corporibus libere decidentibus.

Idem apparet clarius altera effectuum comparatione, quos globi illi edunt ab aliis altitudinibus decidentes. Nam idem Author globum primum dimittens ab altitudine *36* pollicum, foveam habuit aequa-

aequalem ei, quam excavat ſecundus, ab altitudine 18 cadens. At $1 \times 36 = 2 \times 18$, non ita $1 \times \sqrt{36} = 2 \times \sqrt{18}$. Ergo foveae excavatae ſunt, ut altitudines. Ergo ut quadrata velocitatum. Sed rurſus quilibet ex dictis globis, ut ille teſtatur, cadens ab altitudine dupla, duplam cavitatem, a tripla triplam, a quadrupla quadruplam cavitatem facit. Ergo ſunt cavitates exacte, ut altitudines. Sed, ut patet, cavitates ſunt integri effectus ſenſibiles globorum in argillam mollem cadentium, altitudines autem ſunt, ut quadrata velocitatum. Ergo effectus ſenſibiles ſunt, ut quadrata velocitatum.

Idem ipſum alii complures experti ſunt, inter quos Cl. Polenus mutatis ſaepe globorum ponderibus, altitudinibus, & ſubſtantiis mollibus, in quas globi caderent, invenit conſtanter, foveas in ratione altitudinum excavari. Ex quibus patet, quam proclive fuit, vires vivas corporum ponere in ratione duplicata velocitatum. Nam ſi antedicti effectus ſequuntur rationem duplicatam velocitatum, vires vivae, a quibus illi oriuntur, non aliam rationem ſequi videntur,

 ut

ut ſit omnis effectus proportionalis ſuae cauſae. Sed haec infra.

Alter effectus ſenſibilis, editus a corporibus libere decidentibus, eſt reditus ſurſum, ut ſupra diximus, ubi aliqua ratione corpora iterum aſcendere cogantur vi in deſcenſu acquiſita. Jam vero effectus ille ſequitur rationem altitudinum, unde corpora decidunt, ſeu ſpatia iterum aſcendendo luſtrata ſunt, ut ipſae altitudines, unde prius decidunt corpora. Neque id ab aliquo negatur; quod eſt rationi valde conſentaneum. Nam ſi corpus libere cadens ſola vi gravitatis ita ad motum ſollicitatur, ut certum ſpatium certo tempore percurrat, idem corpus, ubi ſurſum redierit, ita a gravitate retardabitur, ut tanto minus ſpatium eodem tempore percurrat. Ergo ſi corpus aſcendens habuerit vim conficiendi duplum ſpatium ejus, quod eſt antecedenti tempore deſcendendo percurſum, gravitate retardante, & dimidium tollente, percurret tantum aequale. Sed omne corpus in fine deſcenſus vim habet, qua duplum ſpatium percurrere poſſit ſequenti aequali tempore ejus, quod eſt antece-

den-

denti tempore percurſum, ex demonſtratis a Galilaeo. Ergo iterum aſcendens corpus, gravitate retardante, ſpatium aequale percurret ei, quod eſt in deſcenſu percurſum. Sunt ergo hujuſmodi reditus ſurſum in ratione altitudinum. Ergo ut quadrata velocitatum. Quid ergo? Annon Leibnitius, haec videns, facile adduci potuit, ut vires vivas poneret, ut quadrata velocitatum? Nam ſi effectus hanc rationem ſequuntur, cur non vires, unde illi prodeunt, eandem rationem ſequuntur? Sunt autem vivae vires illae, vincunt enim reſiſtentiam gravitatis. Ergo videntur vires vivae, ſequi quadrata velocitatum. Sed de magnitudine virium infra.

Demonſtrata propoſitione ſequitur, ut quae contra ab aliis afferuntur, diluam. Itaque occurrunt aliqui cum Ricciolio, & dicunt. Si immittatur cuniculus ligneus in ſubſtantiam mollem, ut eſt butyrum, tum fiat, ut globus in ipſum perpendiculariter a diverſis altitudinibus cadat, trudetur cuniculus in ratione ſimplici velocitatum, quas globus cadendo acquiſiit. Ergo effectus corporum

libe-

libere cadentium ſunt in ratione ſimplici velocitatum. Narrat enim Ricciolius, globum cadentem ex 8 pollicibus primum, tum ex 32, inde ex 72 truſiſſe cuniculum ad profunditates, quae erant quamproxime, ut 1, 3, & 6. Debuiſſent autem eſſe ut 1, 4, & 9, ſi eſſent effectus corporum libere cadentium, ut altitudines. Ergo non ſatis conſtat experientia, effectus corporum libere cadentium ſequi quadrata velocitatum.

Sed qui haec dicunt, minus accurate ad experimentum Riccioli advertiſſe videntur. Nam ex ipſo Riccioli computo ſatis compertum eſt, cuniculi profunditates majorem rationem ſequi, quam ſimplicem velocitatum. Nam cum eſt lapſus globus ab 8 pollicibus, habuit celeritatem, ut 1, a 32 ut 2, a 72 ut 3. Sunt enim 8, 32, 72, ut 1, 4, 9 ſpatia nimirum, quibus reſpondent velocitates 1, 2, 3. Itaque ſi effectus, editi a corporibus libere decidentibus, eſſent, ut ſimplices velocitates, fuiſſent profunditates cuniculi intruſi, ut 1, 2, 3. Sed multo profundius ſe immiſit cuniculus ſecundo, & tertio. Ergo quia effectus edi-

editi a corporibus libere decidentibus ſequuntur majorem rationem, quam ſimplicem velocitatum. Ergo duplicatam. Quodſi cuniculus, ſingulis globi pulſibus non ita ſe immiſit in ſubſtantiam mollem, ut profunditates altitudinibus globi cadentis exacte reſponderent, id nimirum tribuendum eſt, aut cuniculo, paullo ad latus aliquod deflectenti, aut alteri ex circumſtantiis, quibus ſimilia experimenta nimium implicantur.

Occurrunt deinde alii cum Lana, dicentes. Si globus ſpecifice levior aqua a diverſis altitudinibus in aquam immittatur, obſerveturque, ad quam altitudinem in aqua perveniat prius, quam iterum aſcendat, invenitur, deſcendere in ratione ſimplici velocitatum. Nec enim altitudinibus, unde decidit globus, reſpondere altitudines, ad quas in aqua pervenit, inveniſſe ſe, Lana teſtatur, ſed multo minorem rationem ſequi. Ergo effectus corporum libere cadentium non ſunt, ut quadrata velocitatum.

Sed idem ad experimentum Lanae dicendum eſt, quod ad experimentum Ricciolii. Multa nimirum ſunt, quae im-

impediunt, ne effectus, aut ex integro a corpore edatur, aut nudum ſe, & ſimplicem in conſpectum det. Quis enim veram ſupputationem ineat, aut virium, quibuſcum globus in aqua immergitur, aut caeterarum proprietatum, quibus vel aqua reſiſtens, vel aliud quiddam impedimento eſſe poteſt, ne integer effectus dignoſcatur? praeſertim cum ipſa luminis refractio altitudines alias exhibere poſſit, quam ſint illae, quas vere percurrit globus in aqua deſcendens?

Poſtremo occurrit Petrus Martinus dicens. Si opus eſſet, jurarem, a nemine experimentum hoc fuiſſe inſtitutum (experimentum autem eſt ſupra adductum ex Graveſando, & Poleno). Nam primum globi duo aequalis voluminis, ſed inaequalis maſſae, quorum gravitates eſſent ut 1 ad 4, ex aequali altitudine labentes in arenam fluviatilem minutiſſimam, foveas excavarunt, quarum profunditates erant, ut 1 ad 2. Deinde globus alter, tum ab altitudine ſimplici, tum a quadrupla decidens, foveas excavavit, quarum nihilo minus profunditates erant, ut 1 ad 2. Ergo effectus ſunt,

ut

ut radices altitudinum. Ergo ut ſimplices velocitates.

At mirum eſt, Martinum paratum adeo eſſe, & promtum jurare, a nemine inſtituta eſſe experimenta, quae ſupra ex Graveſando, & Poleno relata ſunt, cum hac aetate, ut notat Cl. Zanottus, philoſophi experimentis capiendis ſic addicti ſint, ut nunquam magis, & florentiſſimae Academiae in ea conſentiant, & a Pariſienſi potiſſimum non negentur, in cujus actis a Fontenello primum, tum a Mairano, caeteroquin Leibnitii adverſariis, memoriae proditum eſt, ea non poſſe amplius in dubium revocari, cum ſint ſaepiſſime repetita, & exactiſſime inſtituta. Sed neque minus mirandum eſt, Martinum tale experimentum capientem, quale omnino vitium continet, incuſare nihilominus phyſicos, quaſi in experimentum nunquam captum conſentiant. Nam ſi globi illi duo ab aequalibus altitudinibus decidentes, aequales habent celeritates, ut nemo negat, foveas ſane excavare debent in ratione maſſarum. Nam omnis effectus ex ſola maſſa deducitur, cum eſt aequalis velocitas. Cum igitur maſ-

maſſae ſint 1, & 4, etiam foveae debent eſſe, ut 1, & 4. Sed fuerunt, ut ille narrat, 1, & 2. Quid ergo cauſſae eſt, ut effectus non reſpondeant maſſis? Explicet ergo Martinus, cur non effectus alter in primo caſu quadruplus ſit alterius, cum tamen maſſae ſint 1, & 4, & velocitates aequales; id enim transferam ego ad effectum, ſecundo editum, & omnino explicabo effectum non quadruplum, ab eadem maſſa ortum, quae a quadrupla altitudine labitur.

Sunt alia multa experimenta, quae ab utraque parte afferuntur. Ut Muſſenbroechius illud, quod globi duo lapidei, quorum eſſent maſſae 3, & 1, in vitrum dimiſſi, vitrum ita confregerint, ut tamen dimiſſus primus, cujus erat productum maſſae in velocitatem majus, vitrum non fregerit, dimiſſus alter a majori quidem altitudine, ſed cujus productum maſſae in velocitatem erat minus, vitrum perfregerit. Ex quo infert, hujuſmodi effectus non ſimplicem velocitatem ſequi, ſed quadratum. Sic enim productum maſſae in quadratum velocitatis ſecundi inventum eſt ab illo, excedere pro-

productum maſſae in quadratum velocitatis primi. Ut Merſennus aliud, quod certum pondus, ex diverſis altitudinibus cadens, in alterutram bilancis partem, elevaverit pondera in altera, quae eſſent, ut ſimplices velocitates. Ut Graveſandus contra, quod idem pondus, in eandem bilancis partem cadens, argilla molli plenam, in altera elevaverit pondera, quae eſſent in ratione altitudinum, ex quibus caderet, & propterea, ut quadrata velocitatum. Sed haec omnia mitto, nec enim illis fidendum puto, cum ſint nimium implexa, & compoſita. Simpliciora ſunt multo, & clare patentia, quae ſupra relata ſunt. Ea autem oſtendunt, effectus ſenſibiles editos a corporibus libere decidentibus ſequi quadrata velocitatum. Ergo experientia conſtat, effectus ſenſibiles corporum decidentium eſſe in ratione duplicata velocitatum.

CA-

CAPUT SEXTUM.

Magnitudo velocitatum, quibus dicti effectus eduntur, in galilaeana accelerationis lege inveſtigatur.

Effectus naturales ſaepe numero ita nectuntur invicem, & colligantur, ut non facile eorum cauſſam afferre poſſis, quouſque colligati fuerint. Eſt igitur commodiſſimum, ſecernere alios ab aliis, & internoſcere omnes, ut ſcias, quem huic cauſſae, quem alteri tribuas. Quod niſi methodo analytica fiat, non recte fit. Cum igitur in eo genere fortaſſe ſint effectus, editi a corporibus libere cadentibus, non erit abs re, eoſdem ſolvere, & unumquemque ſuae cauſſae tribuere. In quo ne, multum a vero aberrare, videar, annon in eadem fovea excavata, aut in eodem aſcenſu corporis duo diſtinguenda ſunt, quorum alterum eſt ſpatium percurſum, alterum reſiſtentia victa? Quorum cauſſam ſi veſtigemus, illius quidem vim motricem, hujus autem vim vivam reperiemus. Cumque illud

lud ſenſibilius ſit, & unum, idemque cum ſecundo videatur, ſi ſit altitudini proportionale, pronum eſt ſane, vim omnem ponere proportionalem altitudini, cum tamen ſi diſtinguantur, neque primum, quod vi motrici, neque ſecundum, quod vi vivae tribuitur, has ipſas altitudinibus proportionales ſupponant. Cum igitur haec ſint, non erit alienum hoc loco, magnitudinem velocitatum ex galilaeana accelerationis lege evolvere, inde enim magnitudo vis, vel motricis, vel vivae, ad eoſdem effectus producendos idonea, facilius percipietur.

Itaque poſitum jamdiu eſt a phyſicis, Authore Galilaeo, *Dial.* 3. *de motu locali*, velocitates corporum libere cadentium eſſe in ratione ſubduplicata ſpatiorum percurſorum. Neque id ab aliquo in dubium revocatur, tum quod commodiſſima eſt talis proportio, tum quod ab Authore ſuo ſatis demonſtrata eſt. At vero quamvis haec ipſa lex, quoad acceptionem Galilaei ſatis conſpicua ſit, non eſt tamen ita conſpicua, quoad intelligendos effectus, de quibus hic loquimur. Quid ergo antedictam legem non

etiam in hunc finem aperimus? ut, ſi quoad Galilaei propoſitum ſatis comperta eſt, clarior tamen reddatur quoad alia, cum jam ad id res ipſa adigat, & neceſſitas! Id ergo hoc loco exquiram, & quoniam difficultate objecta plerunque res, de qua agitur, clarior fit, difficultatem quamdam meam contra Galilaeanam accelerationis legem proponam, ut ea ſoluta ex integro lex ipſa in luce clariſſima verſetur. Sed ante Galilaeani praecepti ratio exponenda eſt.

Duo ſunt, quae, Galilaeum ad dictam legem ponendam traxiſſe, videntur. Primum, quod ſpectato motu aequabili, ad quem transferretur corpus, poſt aliquod ſpatium motu accelerato confectum, omnino velocitas inveniretur, ut radix quadrata talis ſpatii, motu accelerato confecti. Quapropter ſpatia, toto deſcenſu luſtrata, videbantur eſſe, ut quadrata earum velocitatum, quae deſcenſu ipſo acquiſitae eſſent. Secundum eſt hujuſmodi, quod cum corpora cadentia a gravitate aequabiliter ad motum ſollicitentur, videntur ſane, incrementa velocitatis acquiſita aequalia eſſe aequalibus tem-

temporibus. Ut ergo tempora deſcenſuum ſunt multiplicia, ita velocitates eſſe debent aeque multiplices. Quam ergo initio velocitas ad tempus rationem habet, eandem ſervare videtur perpetuo. Quemadmodum ergo in motu aequabili velocitas corporis invariata, in tempus ducta, veram rationem ſpatiorum exhibet, ita in motu aequabiliter accelerato velocitas creſcens, ut tempus, & in tempus ipſum ducta, veram nihilominus rationem ſpatiorum repraeſentabit. At hoc modo ducta velocitate in tempus, idem habetur, ac ſi alterutrum in ſe ipſum duceretur, unde quadratum prodit. Ergo ſi ſpatia reſpondent velocitatibus ductis in tempora, ſane ſpatia ſunt, ut quadrata tum temporum, tum velocitatum. Quo nihil pulchrius dici a Galilaeo, & commodius poterat.

Sed ad haec unum aliquid repugnare, viſum eſt mihi aliquamdiu, Galilaeum nempe veram velocitatis magnitudinem non inde ſatis oſtendere, quantum par eſt, ut effectus naturales explicentur. Inducam ergo me ipſum ita cogitantem, ne aliis tribuam futilia, ad quos non pertinent.

Ut habeam velocitatis magnitudinem, effectibus naturalibus edendis idoneam, non eſt neceſſe, ut ad motum aequabilem transferam corpus, vel etiam ut aeque multiplex tempus ponam, quemadmodum eſt multiplex velocitas, ſed verius iſta conſideratur, ut puto, ſi cum his ipſis non conferatur. Neque enim tempus eſt cauſſa creſcentis velocitatis, ſed conditio tantum, unde etſi totum tempus in varias partes diſtinguam, & ſingulis velocitatem reſpondentem conſiderem, eodem tamen modo magnitudo velocitatis ſe mihi offeret, & alia fortaſſe verior, quam tempus aeque multiplex non immutat. Neque etiam, ut corporis velocitatem agnoſcam, exſpectandum eſt mihi, ab accelerato ad aequabilem motum transferri corpus, ſed praeſentem velocitatem, quacum re vera deſcendit, & effectum edit, juvat ſcrutari; hac enim non alia effectus eduntur: & quoniam iſti nunc duplo, nunc triplo, nunc etiam quadruplo augentur, & ipſa velocitas quandonam dupla, quando tripla, quando quadrupla fiat, inveſtigandum eſt. Itaque magnitudo velocitatis in corpore ca-

cadente alio quodam modo dimetienda eſt.

Id autem aſſequar hoc modo, opinor, ſi ſpatia aequalia ponam, & inquiram, quotonam tempore ſingula abſolvantur. Nec enim magnitudo velocitatis tantum ex ſpatiis inaequalibus aequali tempore percurſis dignoſcitur, ſed etiam contra. Itaque corpus cadens ab altitudine 9 inſumit tria tempora, juxta galilaeanam accelerationis legem, quam hic immutare neque opus eſt, neque utile, cadens vero ab altitudine 36 inſumit ſex tempora. Quapropter ſpatium omne a nono ad ſextum ſupra trigeſimum luſtrat corpus tribus temporibus. Quoto igitur tempore a 9 ad 18, a 18 ad 27, & a 27 ad 36 fertur? Ita enim prodibit magnitudo velocitatis, qua cum ſingula ſucceſſive ſpatia aequalia deſcribit. Atqui evolutis tempuſculis, quibus eadem ſpatia quamproxime deſcribuntur (nec enim niſi quadrata ſpatiorum temporibus integris reſpondent) invenitur, corpus a nono ad decimum octavum ſpatium tranſferri uno tempore, & una quarta temporis, a decimo octavo ad vigeſimum

ſeptimum uno fere tempore, & a vigeſimo ſeptimo ad trigeſimum ſextum tribus quartis temporis. Sunt ergo fere tempora, quibus ſpatia aequalia ſucceſſive ab eodem corpore percurruntur, ut 3, $1\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{4}$. Sed hoc ipſo ſecundum eſt ſubduplum primi, tertium ſubtriplum, & quartum ſubquadruplum. Ergo ſpatiis novem emenſis, reliqua deinceps ſpatia aequalia percurruntur tempore ſubduplo, ſubtriplo, & ſubquadruplo antecedentis. Atqui velocitas corporis idem ſpatium percurrentis dimidio tempore eſt dupla; ſubtriplo eſt tripla, ſubquadruplo eſt quadrupla. Nec enim celeritas eſt dupla tantum, aut tripla, aut hujuſmodi, quando aequali tempore duplum, aut triplum, aut quadruplum ſpatium percurritur, ſed etiam quando aequale ſpatium dimidio, ſubtriplo, & ſubquadruplo tempore percurritur. Ergo velocitas corporis, qua novem emenſis ſpatiis, alia deinceps aequalia ſpatia percurruntur, eſt dupla, tripla, & quadrupla antecedentis.

En ergo, velocitatem corporis libere cadentis aliam rationem ſequi, praeter ſubduplicatam ſpatiorum. Cum ergo

ſpa-

ſpatia ponuntur inaequalia, & tempora aeque multiplicia, ut velocitates, tunc ſpatia ſunt in ratione compoſita temporum, & velocitatum, & quoniam haec ipſa ſibi aequalia ſunt, in uniuſcujuſque ratione duplicata. At ſi ponantur aequalia ſpatia, eaque, ut par eſt, ad tempora comparentur, quibus ſucceſſive a cadentibus corporibus percurruntur, jam non, ut radices ſpatiorum, ſed ut ipſa ſpatia videntur eſſe velocitates. Nam ſi dupla velocitate corpus a *9* ad 18, tripla a 18 ad 27, quadrupla a 27 ad 36 fertur, quemadmodum 18 eſt duplum *9*, 27 eſt triplum, 36 eſt quadruplum, omnino ſpatia videntur eſſe, ut velocitates.

Haec mecum reputans, quaſi in contrariam ſententiam trahebar, ut velocitates ponerem ut ſpatia, praeſertim cum effectus id ſibi quodammodo vindicare viderentur. At Galilaei authoritas, phyſicorum conſenſio, & rei ipſius novitas meo me loco continuit. Dicebam enim, ſi velocitas eſt ut tempus, quod nemo inficiari poteſt, nequit illa ſic creſcere, ut evadat ſpatiis proportionalis, nam nulla ratione ſpatia eſſe poſſunt, ut tempora.

Cum ergo ita ambigerem, ad haec tandem deveni.

In motu aequabili ſpatia, a duobus mobilibus percurſa, non ita veram oſtendunt rationem, quam habent ad velocitates, niſi cum velocitates in tempora ducuntur, quando haec inaequalia ſunt. Nam ſi a mobili A ſpatium ut *6* percurratur, velocitate ut 1, tempore ut 2, a B vero ſpatium ut 12, velocitate ut 4, tempore ut 1; ſane eadem non erit ratio inter ſpatia, & velocitates, niſi ſi velocitates in tempora ducantur. Sic enim erit *6*, 12 : : 1 × 2, 4 × 1, ſeu ut 2 ad 4. Cujus ratio eſt, quia, cum ſpatium ſit aliquid tranſiens, & variabile, velocitas vero manens, & ſpatium multiplex fiat, non ita velocitas, debet ſane ſpatium ita ad velocitatem conferri, ut omnino velocitas eadem ratione, ac ſpatium, aeque multiplex evadat. Id autem pulcherrime fit, velocitate ducta in tempus. Nam utcunque ſpatium creſcat, cum tamen creſcat, ut tempus, cui applicata velocitas agit, erit ſemper ſpatium, ut velocitas ducta in tempus. Quod ſi jam non ſpatia ad velocitates: quo ſpatio-

tiorum potius, quam velocitatum magnitudo exquiritur; ſed contra velocitates ad ſpatia conferantur: quo magis proprie velocitatum magnitudo habetur; ducenda ſunt ſpatia in tempora inverſe, ut eadem ſit ratio inter velocitates, & ſpatia. Ita enim 1, 4 : : 6 × 1, 12 × 2, hoc eſt velocitas A eſt ad velocitatem B, ut ſpatium, percurſum ab A, in tempus B, ad ſpatium, percurſum a B, in tempus A, quae ſunt, ut 6 ad 24. Neque mirum eſſe debet, ſpatia inverſe duci in tempora, ut ratio velocitatum prodeat, cum contra velocitates in tempora directe ducendae ſint, ut ratio ſpatiorum prodeat. Redit enim ratio ſupradicta. Nam quia velocitas eſt quiddam manens, & invariatum, & contra ſpatia variantur continuo, prout motus eſt diuturnior, ſpatia ſic affici debent, ut rationem invariatam retineant, quemadmodum velocitates. Retinent autem rationem invariatam, ſi in tempora inverſe ducantur. Nam ita quantumcumque multiplicia fiant ſpatia, tamen in tempora alterne ducta, eandem rationem ſervant, ac ſi diuturnitate motus non creviſſent. Haec ergo in motu aequabili.

At

At in motu accelerato velocitas corporum libere cadentium alio quodam modo ad ſpatia conferenda videtur. Ea enim ex parte eſt invariatum quiddam, & manens, ex parte vero aliquid variabile, & creſcens ſic, ut ſpatia majora continenter, & majora utraque de cauſſa percurrantur. Nam velocitas, quae primum corpori tribuitur, deinceps manet, ob eamque alia deinceps ſpatia, & alia percurruntur, ſed accedente continuo velocitatis incremento rurſus alia ſpatia eodem tempore percurruntur. Non ergo eadem videtur eſſe comparatio velocitatis ad ſpatia in motu accelerato, quae in motu aequabili, neque idem eſſe principium, cui eadem comparatio nititur. Mihi quidem modus ille aptiſſimus videretur, quo ſingulae velocitatis intenſiones tamquam manentes conſiderarentur, & omnes ſic colligi nihilominus poſſent, ut tota velocitas creſcens appareret. Sic enim illae in tempus ductae veram ſpatiorum rationem repraeſentarent.

Difficile porro eſt, rem hanc clare exponere. Sic tamen conabor. Cadat primo corpus ab altitudine 4. Erit tempus

pus inſumtum, ut 2, & omnes velocitatis intenſiones ita ſe habebunt. Initio primi temporis gravitas impetum tribuit corpori, ut unum ſpatium uno tempore percurrat. Eſt ergo in corpore prima velocitas manens, qua duobus temporibus duo ſpatia conficere poteſt. Sed tota primi temporis duratione, quae ponitur infinite minor, gravitas ita egit, ut ſecundum impetum tribuerit corpori priori aequalem. Ergo altera velocitate manente corpus alterum ſpatium ſequenti tempore percurrere poteſt. Jam ergo tria ſpatia conficit corpus duobus temporibus, ob intenſiones duas velocitatis, primo tempore acceptas. Atqui initio ſecundi temporis rurſus gravitas impetum tribuit, quo ſpatium aliud eodem tempore percurrat. Ergo ſpatia quidem confecta duobus temporibus ſunt 4, velocitates autem manentes, & in tempus ductae, ita ſe habent, $1 \times 2 = 2$, rurſus $1 \times 1 = 1$, & tandem $1 \times 1 = 1$. Sed horum ſumma eſt 4. Ergo velocitates omnes, in tempus, quo operantur, ductae, recte ſpatium exhibent. Quid ni ergo velocitas omnis tempori aequalis ponitur,

tur, ut ducta in tempus ſpatium repraeſentet? Nam eadem ſumma, aut idem productum reſultat. Unde etiam Galilaeus gradus velocitatis ſumſit plenos quodammodo & integros, qui nempe ſingulis temporibus integris creverunt.

Cadat jam corpus ab altitudine 9. Erit tempus inſumtum 3. Velocitates autem manentes, & ductae in tempora, quibus operantur, erunt $1 \times 3 = 3$, $1 \times 2 = 2$, $1 \times 2 = 2$, $1 \times 1 = 1$, & $1 \times 1 = 1$. Sed horum ſumma eſt 9. Ergo velocitates omnes manentes ductae in tempora, quibus operantur, efficiunt 9. Sed hoc ipſum eſt ſpatium percurſum a corpore cadente tribus temporibus. Ergo velocitates manentes ductae in tempore exhibent ſpatia. Cum ergo idem ſit productum, ſive ſingulae velocitates manentes ducantur in tempora, quibus applicatae operantur, ſive velocitas tota in totum tempus, cui aequalis ponitur, ducatur, patet ſane, ad vitandum taedium commodiſſime poni ſpatia, ut tempora in velocitates.

Quodſi velocitas tota tempori aequalis ponitur, nihil tamen differt a veloci-

locitatibus antedicto modo acceptis. Nam ſi in primo caſu tribus velocitatibus manentibus addatur quarta, quae quidem jam eſt in corpore, ſed deficiente tempore non agit, & in ſecundo quinque velocitatibus manentibus addatur ſexta, quae pariter jam eſt in corpore, ſed deficiente tempore non agit, ſunt ſane velocitates omnes, ut 4 ad *6*. Sed 4, *6* : : 2, 3. Ergo rectiſſime velocitas omnis a Galilaeo poſita eſt, ut tempus, qui certe id praecipiens eo reſpexiſſe videtur, quod ſicuti velocitas 1, in tempus *6* ducta, in motu aequabili recte exhibet ſpatium *6* percurſum, ita in motu accelerato velocitas eadem creſcens, ut tempus, adeoque *6* temporibus ſextupla, in hoc ipſum tempus ducta totum ſpatium 3*6* percurſum ſignificabit.

Ex his efficitur, eodem ferme modo comparandas eſſe velocitates cum ſpatiis in motu accelerato, uti in motu aequabili, imo idem prope vigere principium, cui eadem comparatio nititur. Nam ſi velocitas, creſcens ut tempus, in tempus ipſum ducatur, utcunque ſpatia majora, & majora percurſa ſint, erunt nihilominus,

nus, ut tota velocitas ducta in totum tempus, nam illa non creſcunt, niſi propter velocitatem tempori applicatam.

Ex quo principio intelligitur, uti modus antedictus fallat, quo magnitudo velocitatis poſitis ſpatiis aequalibus in eodem deſcenſu corporis ex inaequali tempore exquiritur. Nam utique a nono ad decimum octavum ſpatium fertur corpus dimidio fere antecedentis temporis, & a decimo octavo ad vigeſimum ſeptimum ſubtriplo, & inde ad ſextum ſupra trigeſimum ſubquadruplo. Sed non eſt nihilo minus velocitas dupla, tripla, aut quadrupla; quod ſic oſtendo. Spatia, quae intercedunt inter *9*, & 18 quaeque dimidio fere tempore percurruntur, non percurruntur, ſaltem magna ex parte, niſi velocitate, antecedenti tempore accepta, quae quidem, eidem tempori non ſatis applicata, totam intenſionem ſuam, & magnitudinem oſtendere non potuit, hanc vero oſtendit ſtatim ſequenti tempore, cui tota applicatur. Cum enim ſingulae velocitatis intenſiones, tribus temporibus acceptae, ſint *6*, eaeque ſimul collectae quarto tempore ex integro operen-

rentur, iccirco a nono ad quintum decimum ſpatium fertur corpus ſola velocitate, antecedenti tempore accepta. Ergo tria reliqua ſpatia ad 18 percurruntur, neque ex integro, velocitate ſequenti tempore accepta. Sed hoc modo, ut patet, velocitas haec ſecunda non eſt dupla antecedentis, ſed vix aliqua parte illam ſuperat. Ergo etiamſi corpus a nono ad decimum octavum ſpatium feratur dimidio fere temporis antecedentis, tamen illius velocitas non eſt dupla.

Eodem modo ſpatia, a decimo octavo ad vigeſimum ſeptimum, & inde ad trigeſimum ſextum a corpore luſtrata, majori ex parte percurſa ſunt velocitate, antecedentibus temporibus accepta. Ergo nec tripla, nec quadrupla velocitate percurſa ſunt. Ex quibus intelligitur, quam recte Galilaeus tum tempus aeque multiplex poſuerit, ut eſt aeque multiplex velocitas, tum etiam corpus ab accelerato ad aequabilem motum, certo inſumto tempore, tranſtulerit; utroque enim modo apparet, velocitatem ſequi rationem ſubduplicatam ſpatiorum.

Ex his autem modis alter aptiſſimus eſt

eſt ad intelligendam magnitudinem velocitatis, qua cum corpora libere cadentia effectus edunt, ut jam propius veniam ad propoſitum meum, cum primus magnitudinem ſpatiorum, cadendo percurſorum, rectius exhibeat. Cadens itaque corpus ab altitudine *9* habet in fine deſcenſus vim, qua duplum ſpatium percurrere poſſit ſequenti aequali tempore motu aequabili, nimirum 18. Similiter cadens a 18 ſequenti aequali tempore, hoc eſt quatuor tempuſculis, & uno fere dimidio, *36* percurreret motu aequabili, ab 27 vero 54, eaque tempuſculis quinque, & una quarta, & tandem a *36*, 72 tempuſculis *6*. Sic ergo ſe habent velocitates ſingulae, quas acquirit corpus deſcendens, ab altitudinibus *9*, 18, 27, & *36*. Conferantur ad ſe invicem, & quaeſitam magnitudinem oſtendent. Quia poſitis temporibus, & ſpatiis inaequalibus velocitates ſunt, ut ſpatia directe in tempora inverſe, erit velocitas ſecunda ad velocitatem primam, ut 36×3 ad $18 \times 4\frac{1}{2}$, ſeu ut 108 ad 81. Atqui haec eſt ratio ſeſquitertia. Ergo velocitas ſecunda eſt ad velocitatem primam in ratione ſeſquiter-

tertia. Similiter velocitas tertia eſt ad velocitatem primam, ut 54 × 3 ad 18 × 5 $\frac{1}{4}$ fere, ſeu ut 162 ad 94. Sed hujuſmodi ratio eſt ſuperpartiens. Ergo velocitas tertia eſt ad velocitatem primam in ratione ſuperpartiente, quae mirum, quantum a tripla ratione diſtet. Tandem velocitas quarta eſt ad velocitatem primam, ut 72 × 3 ad 18 × 6, ſeu ut 216 ad 108. Haec autem eſt ratio dupla. Ergo velocitas quarta eſt ad velocitatem primam in ratione dupla.

Hinc igitur perſpicua eſt magnitudo velocitatum, quibus corpora libere cadentia antedictos effectus edunt. Quod ſi igitur momenta corporum, & vires ſimplici velocitate aeſtimandae ſunt, ut fuit diu communis phyſicorum opinio, & leges motus, & omnis mechanica poſtulare videntur, ſane quemadmodum velocitates in corporibus libere cadentibus non aliam rationem ſequuntur, quam ſubduplicatam altitudinum, ita & vires eandem rationem ſequi videntur. At effectus proportionales ſunt altitudinibus. Jam ergo ſit

CAPUT SEPTIMUM.

Utrum vires vivae corporum ſequantur rationem altitudinum, ex quibus libere eadem corpora decidant.

Consentiunt phyſici omnes in eo naturae principio, quod omnis effectus proportionalis ſit ſuae cauſſae. Imo hoc ipſo principio adducuntur leibnitiani, ut ſuam, alii ut communem ſententiam tueantur. Nam illi quidem effectus ſenſibiles, editos a corporibus libere decidentibus, altitudinibus ipſis, unde corpora decidunt, proportionales percipientes, vires quoque iiſdem altitudinibus proportionales poſuerunt, ut effectus ponerent cauſſis ſuis proportionales. At iſti effectum putantes nimium excedere cauſſam ſuam, ſi momenta, ac vires ponantur, ut quadrata velocitatum (nam undenam vires in corpore, niſi ex maſſa, & velocitate?) vires propterea volunt eſſe, ut ſimplices velocitates, ut nempe effectus ſint cauſſis ſuis proportionales. Ex quibus patet, alios aliorum ſententiam reji-

cere,

cere, propterea quod alterutra videtur, immutabili naturae principio adverſari. Quid ſi igitur effectus omnis proportionalis eſt ſuae cauſſae, etſi non ſolum velocitas, ſed etiam vis ſit in ratione ſubduplicata altitudinum, & effectus nihilominus proportionales ſint altitudinibus, unde corpora decidunt? Hoc ſi demonſtrabitur, annon praeclare agetur, ut ſibi in omnibus natura conſentiens videatur? Quod ſi etiam in aliquibus effectibus id oſtendetur, annon id aliis pluribus, imo ejuſdem generis omnibus applicari poterit? Res autem ita ſe habet, & quoniam ad effectus ſupra memoratos tota adhuc quaeſtio contracta eſt, iccirco ad illam ſolvendam praemitto.

Theorema Primum.

Si fuerint plures quantitates in ratione ſeſquitertia, ut 16, & 12; aut 48, & 36, & a majore auferantur quinque octavae, a minore vero tres quartae, ut 10, & 9, 30, & 27, erunt reſidua 6, & 3, 18, & 9 in ratione dupla.

Theorema Secundum.

Si fuerint plures quantitates in ratione ſuperpartiente tertias, ut 20, & 12, 60, & 36, & auferantur a majore undecim vigeſimae, a minore tres quartae, ut 11, & 9, 33, & 27, erunt reſidua 9, & 3, 27, & 9 in ratione tripla.

Theorema Tertium.

Si fuerint plures quantitates in ratione dupla, ut 24, & 12, 72, & 36, & a majore auferatur dimidium, a minore tres quartae, ut 12, & 9, 36, & 27, erunt reſidua 12, & 3, 36, & 9 in ratione quadrupla.

Theorema Quartum.

Si fuerint plura quadrata numerorum in ſerie naturali progredientium, ut 1, 4, 9, 16, vel 1, 4, 9, 16, 25, 36, & ſingulis addantur quantitates totidem, 7, 12, 15, 16; vel 11, 20, 27, 32, 35, 36, quarum differentiae ſunt numeri impares in ſerie naturali decreſcentes, & in unitatem deſinentes, erunt aggregata, ſeu ſummae, 8, 16,

24, 32, vel 12, 24, 36, 48, 60, 72 in ratione ſubduplicata eorundem quadratorum. Itaque etiam e contrario ſi a dictis aggregatis, ſeu ſummis auferantur quantitates totidem, quarum differentiae ſunt numeri impares in ſerie naturali decreſcentes, & in unitatem deſinentes, erunt reſidua, ut quadrata numerorum in ſerie naturali progredientium, 1, 2, 3, 4 &c., & iccirco in ratione duplicata eorundem aggregatorum. Haec theoremata non demonſtro. Nam conſtructione ipſa clariſſima ſunt. Quapropter

Dico. Vires vivae corporum ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum, adeoque ſimplici velocitatum, etiamſi effectus edant proportionales altitudinibus, ex quibus corpora decidunt.

Demonſtratur. Duo ſunt genera effectuum, de quibus hic potiſſimum loquor, alterum eſt reditus ſurſum, alterum fovea excavata in ſubſtantiis mollibus, in utroque aliud eſt ſpatium percurſum, aliud reſiſtentia ſuperata, illius cauſſa eſt vis motrix, hujus autem vis viva. Neutra eſt in ratione altitudinum, quamvis ſpatia percurſa eandem rationem ſe-

quantur. Quod ſic demonſtro in primo genere effectuum. Cadens corpus ab altitudine 9 vim habet, qua deinceps motu aequabili 18 ſpatia tribus tempuſculis conficere poſſit, a 18 vim, qua 36 ſpatia tempuſculis $4\frac{1}{2}$, a 27, qua 54 tempuſculis $5\frac{1}{4}$, ab 36, qua 72 tempuſculis 6. Harum velocitatum magnitudines, ut ante diximus, ex ſpatiis, in tempora inverſe ductis, innoteſcunt. Quare ſecunda eſt ad primam in ratione ſeſquitertia, tertia vero eſt ad eandem primam in ratione ſuperpartiente tertias, & quarta ſimiliter ad primam eſt in ratione dupla. Neque non eaedem prodeunt rationes, etiamſi ex ſpatiis tantum aeſtimentur, modo exaequentur tempora, ut par eſt. Quocirca ſi corpus cadens ab altitudine 9 tempuſculis 6 deinceps motu aequabili percurreret 36 ſpatia, idem corpus cadens ab altitudine 18, iiſdem tempuſculis percurreret 48 ſpatia, & a 27 cadens luſtraret 60, & tandem a 36 72. Sunt ergo velocitates corporis cadentis a diverſis illis altitudinibus, ut ſpatia, quae deinceps conficerentur motu aequabili: Sed ſpatium ſecundum 48 eſt ad ſpatium

pri-

primum 36 in ratione ſeſquitertia, & tertium 60 eſt ad idem primum 36 in ratione ſuperpartiente tertias, & quartum 72 ad primum ſimiliter 36 in ratione dupla. Igitur etiam velocitates ſunt in eadem ratione.

Has ergo velocitates habet etiam corpus reaſcendens, poſtquam ex dictis altitudinibus deciderit, & haec ſpatia conficeret ſex tempuſculis, quotieſcunque nullam haberet gravitatem. At cum gravitatem habeat, primo quidem 9 tantum ſpatia conficit, ſecundo 18, tertio 27, quarto 36. Unde phyſici poſuerunt, corpus, ad aequalem altitudinem redire, ubi eadem vi reaſcendit, quacum deſcendit. Sed primo quidem tria inſumit tempuſcula, ſecundo quatuor fere cum dimidio, tertio quinque, & unam quartam, quarto ſex. Ergo gravitas eſt cauſſa uniformiter agens, quae ſicuti aequabiliter ſollicitavit ad motum corpus deſcendens, ita idem corpus aſcendens aequabiliter retardat.

Quod ſi ita agit gravitas, intelligitur, uti corpus cadens ab altitudinibus 9, 18, 27, 36, & vires, ac velocitates

habens in ratione ſubduplicata altitudinum, aſcendat nihilominus ad altitudines aequales illis, unde prius decidit. Nam cum ſpatia poſſet percurrere motu aequabili tempuſculis ſex 36, 48, 60, 72, quae ſunt, ut radices altitudinum, ex quibus decidit, percurrit tamen motu retardato a gravitate ſpatia 9, 18, 27, & 36. Aufert ergo gravitas a duabus quantitatibus 48, & 36, in ratione ſeſquitertia exiſtentibus portiones inaequales, & a majore quinque octavas, ideſt 30, a minore tres quartas, hoc eſt 27. Ergo *per theor.* 1. ſpatia reſidua erunt in ratione dupla 18, & 9. Similiter aufert gravitas a 60, & 36 undecim vigeſimas, & tres quartas, nimirum 33, & 27. Ergo *per th.* 2. ſpatia reſidua in tertio, & primo caſu deſcripta erunt 27, & 9 in ratione tripla. Tandem aufert gravitas a 72, & 36, in ratione dupla exiſtentibus, dimidium, & tres quartas, hoc eſt 36, & 27. Ergo *per th.* 3. reſidua ſpatia deſcripta in quarto, & primo caſu erunt 36, & 9 in ratione quadrupla. Non ergo effectus, editi a corporis libere decidentibus, excedunt cauſſas ſuas,

etiamſi

etiamſi illi ſint in ratione altitudinum, cauſſae vero, ſeu velocitates, ac vires ſint in ratione ſubduplicata altitudinum. Id enim neceſſario ſequitur ex aequabili gravitatis retardatione; & cum vires poſſent corpus ad majora ſpatia transferre, eaque in ratione ſubduplicata altitudinum, transferunt ad minora, eaque in ratione altitudinum, quod mirum eſſe non debet, propterea quod reſidua ſunt.

Idem generatim oſtenditur theoremate quarto. Nam ſi corpus, poſtquam ſingula ſpatiorum quadrata 1, 4, 9, 16 cadendo luſtraſſet, iterum aſcendere cogeretur, haberet vim, qua ſpatia motu aequabili percurrere poſſet 8, 16, 24, 32 tempuſculis 4, quae eſſent ut radices ſpatiorum cadendo percurſorum. At gravitate retardante, & tollente portiones 7, 12, 15, 16, quarum differentiae ſunt 5, 3, 1 numeri nimirum impares in unitatem deſinentes, oportet ſane *per th.* 4., ut ſint reſidua ſpatia deſcripta 1, 4, 9, & 16, nimirum ut altitudines cadendo percurſae, adeoque ut quadrata velocitatum. In quo mira apparet conſenſio inter cauſſam ſollicitantem corpus ad motum,

tum, & cauſſam retardantem. Nam uti illa aequabiliter ſollicitat, ita iſta retardat aequabiliter, & quemadmodum ſpatia per illam deſcripta certis temporibus ſunt, ut quadrata ipſorum temporum, unde etiam velocitatum, quae ſunt temporibus aequales, ita per iſtam ſpatia iiſdem temporibus deſcripta ſunt, ut quadrata ipſorum temporum, unde etiam velocitatum. Quid ergo? Annon haec ſpatia luſtrari poſſunt a corpore aſcendente, etiamſi vires illius motrices ſint in ratione ſubduplicata altitudinum? Id jam negari non poteſt. Quod ſi igitur vires illius motrices ita ſe habent, non video quid de viribus vivis dubitetur. Nam iſtarum effectus ſunt reſiſtentiae ſuperatae. Sed reſiſtentiae omnino velocitatis rationem ſequuntur, nam retardatio gravitatis ſequitur rationem temporis, ut ſupra dixi, cui velocitas aequalis eſt. Ergo omnino vires vivae ſunt, ut ſimplices velocitates.

Haec eadem demonſtratio ad alterum effectuum ſenſibilium genus ſic breviter transfertur. Nam ſi gravitas ita retardat corpus aſcendens, ut ſpatia con-

ficiat

ficiat in ratione dupla, tripla, & quadrupla, etiamſi vires habeat in ratione multo minore, idem ſane efficere debet reſiſtentia quaevis alia uniformis. Sed quotieſcunque fluidum, vel ſemifluidum ſibi homogeneum eſt, reſiſtentiam facit uniformem, ut communiter exiſtimatur cum Cl. Nevtono. Ergo patet, ut corpus cadens in argillam mollem a diverſis altitudinibus excavet foveas altitudinibus proportionales, quin tamen vires habeat in ratione earundem altitudinum. Quod ut clarius fiat, ſupponatur argilla omnis alta eſſe 72 lineas, & corpus ſic cadere ab altitudinibus 9, 18, 27, & 36, ut primo 36 lineas, ſecundo 48, tertio 60, quarto 72 lineas nulla data retardatione motu aequabili in eadem argilla percurrere poſſet tempuſculis 6; eſſent ſane vires non ut altitudines, unde deſcendit corpus, ſed ut ſpatia aequali tempore in argilla percurſa. Quid ergo magnitudinem virium augemus, propterea quod poſita argillae retardatione ſpatia confecta ſunt, ut ipſae altitudines, unde deſcendit corpus? Sunt haec ſpatia reſidua quaedam reſiſtentiae uniformis,

quae

quae cum primo tollat 27, ſecundo 30, tertio 33, quarto 36, iccirco manet 9, 18, 27, & 36 in ratione ipſarum altitudinum, juxta theoremata ſupra expoſita. Quamvis ergo effectus ſenſibiles, editi a corporibus libere decidentibus, ſint ut altitudines, & iccirco ut quadrata velocitatum, vires tamen ſunt in ratione ſubduplicata earundem altitudinum, adeoque ut ſimplices velocitates: neque non illi effectus proportionales ſunt cauſſis ſuis, ut hactenus demonſtratum eſt.

Idem fere in compreſſione corporum elaſticorum contingit, quod in aſcenſu corporis, & excavatione argillae mollis. Nam ſi pila eburnea, aut aenea in planum marmoreum, pulvere inſperſum; aut ſaebo obductum, cadat perpendiculariter, veſtigium imprimit proportionale altitudini, unde cadit, ut teſtantur Graveſandus, & Polenus. Jam vero velocitas pilae cadentis, aequabiliter aucta ad punctum contactus uſque, aequabiliter deinde retardatur, cum centrum pilae poſt primum contactum accedit magis, magiſque ad ſuperficiem plani; qua velocitate ſublata, eodem modo rurſus acce-

le-

lerata reflexione per elaſticitatem plani redit pila ad ſuperiora. Quapropter idem omnino de effectu pilae in planum elaſticum impingentis dicendum eſt, quod ſupra de effectu corporis libere cadentis in argillam mollem, aut ſurſum redeuntis dictum eſt.

Unum fortaſſe repugnare videtur, quod gravitas quidem ſenſim tollit velocitatem corporis aſcendentis, reſiſtentia vero alia citiſſime. Sed iſtud, ſi rite expendatur, nihil eſt. Nam modo reſiſtentia quaevis alia ita tempuſculis ſubmultiplicibus tollat omnem velocitatem, quemadmodum multiplicibus tempuſculis tollit gravitas, eadem ratione effectus ſenſibiles edantur, oportet. Quamvis ergo argilla mollis, aut planum elaſticum tempore perbrevi velocitatem adimat corpori deſcendenti, gravitas autem longiori tempore aſcendenti, eadem ratione nihilominus foveae excavatae, aut impreſſiones factae ſe habere debent ad altitudines, ex quibus decidit corpus quemadmodum reditus ſurſum; idque intererit inter dictos effectus, quod illi quidem minores erunt, hi vero majores, ſed e-

erunt

runt omnes in eadem ratione.

Neque neceſſe eſt, hoc ipſum pluribus exemplis firmare. Nam ut de planis inclinatis loquar, quis non videat, eadem lege, & proportione motum corporis deſcendentis, aut aſcendentis in illis accelerari, aut retardari, quomodocunque inclinata ſint plana, adeoque utcunque citius, aut tardius in illis deſcendat corpus, aut aſcendat? Sic ergo etiam effectus ſenſibiles, editi a corporibus libere decidentibus, in eadem omnes proportione ſunt, quamvis alii citius, alii tardius edantur, modo reſiſtentiae uniformes ſint, & caetera ſint paria. Ex quibus

Sequitur primo, recte a Cl. Mairano, aliiſque moneri leibnitianos tum, ut vires aeſtiment, vel ſpatiis non percurſis, vel materia non translata, & compreſſa potius, quam ſpatiis percurſis, aut materia translata, & compreſſa, tum etiam, ut temporis, quo ſpatia percurruntur, aut materia transfertur, rationem habeant. Utroque enim modo apparet, effectus ſenſibiles poſſe rationem duplicatam velocitatum ſequi, quamvis vires, unde illi prodeunt, & quibus proportionales

Digitized by Google

nales ſunt, ſimplices velocitates ſequantur. In quo etſi illi aliam quamdam viam iniiſſe videantur, qua effectus ſenſibiles editos a corporibus libere decidentibus explicarent, non eſt tamen ab hac noſtra ita aliena, ut non facile alia inferri poſſit ex alia, aut certe conſentiens utraque, & ſibi conſimilis videatur.

Sequitur ſecundo, vim omnem corporum non mortuam ſolum, & motricem, ſed etiam vivam ſimplici velocitate aeſtimandam eſſe: quo ſane nihil commodius dici, & utilius poteſt ad omnes leges motus, & omnia mechanicae praecepta firmanda. Neque vero, etſi vis viva ſimplicem velocitatem ſequatur, repudianda eſt, ut inutile quiddam, & inanis novitatis argumentum. Nam quamvis magnitudinem vis vivae non recte Leibnitius metitus ſit, hoc tamen commodi ſaltem attulit, ut certo nomine vis effectrix a ſimplici vi motrice diſtingueretur. In qua quidem vi effectrice mirum eſt, quantum ſibi natura conſentiat. Nam in omni mechanica reſiſtentia omnis, quae vincitur, vi vincitur, quae ſimplicem velocitatem ſequitur. Haec autem vis reſiſten-

tiam

tiam vincens, certe efficit, & efficiendo abſumitur. Ergo viva. Sic ergo vis effectrix omnis generis, ſeu omnis vis viva rationem eandem ſequitur, & ſibi conſentanea eſt. Quo quid optabilius eſt, ut ſumma naturae conſenſio, & operandi uniformitas ubique appareat?

Hucuſque quaeſtionem totam certis limitibus continui, & ne ultra principium ſuum excurreret, effeci. Jam vero laxanda videtur, & ad ea omnia, ad quae pertinere viſa eſt a phyſicis, transferenda. Ex omnibus autem ea potiſſimum eligam, quae conſideratione aliqua digna ſunt. Nimium enim diſputatio haec mea excreſceret, ſi omnia, quaecumque ea ſint, referre vellem.

In quatuor capita diſtingui poſſunt ea, quae difficultatem aliquam facere videntur. Nam primo occurrit, utrum tempus ita vires corporum afficere poſſit, ut quamvis ipſae ſimplices velocitates ſequantur, tamen effectus ſenſibiles edant quadratis velocitatum proportionales. Secundo, utrum ſit relatio aliqua inter vim vivam, & mortuam. Tertio, an argumenta, quae ab elaſtris ducuntur, vires

cor-

corporum probent quadratis velocitatum proportionales. Quarto, utrum idem ipſum ex colliſione corporum rite inferri poſſit.

CAPUT OCTAVUM.

An habenda ſit ratio temporis in aeſtimatione virium vivarum.

Cum vires motrices corporum aeſtimantur, ut conſtat inter omnes, vel ſpatia percurſa dividuntur per tempora, ut ex eorundem quotientibus velocitatum magnitudines appareant, vel ſpatia ducuntur in tempora inverſe, ut ex iſtorum ratione prodeat velocitatum ratio, adeoque etiam virium motricum magnitudo. Itaque nemo eſt, qui neget, habendam eſſe rationem temporis in aeſtimatione vis motricis. Quid ergo? Annon etiam, cum vires vivae aeſtimantur, habenda eſt ratio temporis, ſi quidem earundem effectus ſenſibiles ſunt ſpatia percurſa? Sic enim vires vivae motrices ſunt, & ſi praeterea reſiſtentiam vincunt, cum ſpatiis potius, quam reſiſtentia ſuperata ſo-

ſoleant aeſtimari, patet ſane, menſuram potius virium motricum ſumi, quam vivarum. Itaque in omnibus effectibus, in quibus ex ſpatiis confectis vis corporum aeſtimatur, non eſt negligenda ratio temporis; hac enim omnino, & ſpatiis percurſis magnitudo virium innoteſcit. Atqui habita ratione temporis, tum effectus ſenſibiles, de quibus ſupra dictum eſt, tum alii quicunque, in quibus ratio ſpatii percurſi potius, quam reſiſtentiae ſuperatae elucet, quique a leibnitianis afferri ſolent, declarant vires corporum non quadrata velocitatum ſequi, ſed ſimplices velocitates. Igitur leibnitiani non recte ex talibus effectibus inferunt, vires vivas corporum ſequi quadrata velocitatum.

Quod attinet ad effectus ſenſibiles, ſupra explicatos, perſpicuum eſt vires, ex quibus illi prodeunt, ſimplices velocitates ſequi. Nam poſita reſiſtentia uniformi ita multiplici tempore operantur vires, quemadmodum ipſae multiplices ſunt, unde quia vi dupla duplo tempori applicata ſpatium quadruplum, tripla triplo tempori applicata ſpatium novies ma-

jus

jus deſcribitur, & hujuſmodi, id quod a nemine negatur; non mirum ſane, ſpatia eſſe in ratione duplicata velocitatum, vires vero, ut ſimplices velocitates. Quod vero ad alios effectus attinet, ex leibnitianorum objectis res omnis in aperto fiet. Quapropter

Cl. Jo. Bernullius leibnitianus in primis nobilis, *opuſc. de vera notione virium vivarum*, haec habet. Tum demum dici poteſt, eſſe in effectu, quidquid fuerat in cauſſa, cum haec ſe totam in edendo effectu exhauſerit, quodcunque tempus inſumſerit. De opulentia hominis male judicas, ſi in id tantum intendas, quod quotidie impendit. Nam prodigus largiores ſumtus facit, quam qui parſimoniae ſtudet, etſi iſte opulentior ſit. Similiter quantitatem aquae in cratere contentae, ut ſcias, non eſt neceſſe, ut quis referat tibi, quanto tempore canalis aquam ſuppeditans impleverit craterem, aut quantae ſit amplitudinis epiſtomium, per quod, obturato jam canali, aqua emitti debeat. Ipſam enim praeſentem aquae copiam in cratere contentam facile potes metiri, quin haec ti-

bi referenda ſint. Demum elaſtra quatuor ad angulos aequales inflexa, & contracta, & primo quidem recto ordine ſuper eadem linea horizontali poſita, & ſibi contigua, tum bina binis ſuperimpoſita, deinde ſingula ſingulis, eadem ſane vi corpus propellent antrorſum, ubi retro infixa fuerint plano immobili, quamvis tempora fuerint inaequalia. Nam ſi in primo caſu certò tempore indigent elaſtra, ut transferant vim omnem in corpus, in quod relaxantur, in ſecundo caſu minori tempore indigent, hoc eſt ſubduplo, & in tertio adhuc minore, hoc eſt ſubquadruplo. Vim ergo *unde habeat* corpus, ſeu quanto tempore, *quaerat nemo, ſed oportet habere.*

Sed haec commemorans Bernullius non videtur ſatis effectus naturales diſtinguere. Nam duo ſunt genera effectuum in natura, ex quorum magnitudine, diverſo quodam modo, magnitudo cauſſae aeſtimatur. Alii cauſſas habent proportionales, nulla habita ratione temporis, quo eaedem cauſſae operantur, alii vero nonniſi habita ratione temporis. Nam magnitudines qualitatum, ex. gr., eo-

eorum magnitudines exacte ſequuntur, a quibus oriuntur, utcunque citius, aut tardius oriantur. Nam lux citiſſime emittitur a corpore lucido, minus cito ſonus, & quaelibet ex his qualitatibus inaequali tempore ad inaequales diſtantias funditur, ſunt tamen pares utriuſque magnitudines in paribus intervallis a centro diffuſionis, & in diſtantia qualibet ſunt, ut quadratum diſtantiae reciproce, abſque ulla relatione ad tempus. Hi ergo effectus ſic producuntur, ut tempus nihil conferat ad eorum magnitudinem. At ſunt alii effectus, quorum magnitudine magnitudo cauſſae dignoſci non poteſt, niſi habita ratione temporis, quo eadem cauſſa operatur. Hujus generis eſt velocitas corporis cadentis, quae ex aſſidua gravitatis preſſione oritur. Nam per illam preſſio dignoſci non poteſt, niſi haec ipſa ducatur in tempus, cui applicata operatur. Corpus enim libere deſcendens velocitatem acquirit in ratione temporis ex Galilaeo. Eſt autem preſſio eadem ſemper, & conſtans. Ergo niſi preſſionem in tempus ducas, hujus magnitudinem non recte ex velocitatis magni-

gnitudine acquires. Hujus generis ſimiliter ſunt ſpatia percurſa, ex quorum magnitudine magnitudo vis inveſtigatur. Nam ex ſpatiis percurſis abſolute magnitudo vis aeſtimari non poteſt, ſed velocitas illius in tempus, cui applicata operatur, ducenda eſt, propterea quod ſpatia majora continuo, & majora percurri poſſunt eadem vi, & velocitate manente, ſed majori tempori applicata. Nihil ergo huc exempla a Bernullio allata. Sunt enim illa effectus quodammodo primi generis, de quibus nulla hic eſt quaeſtio. Nam magnitudo aquae, divitiarum, & vis, propterea quod tota praeſens eſt, ſe ipſam prodere poteſt ſigno aliquo, cui exacte reſpondeat, ac vis potiſſimum praeſenti velocitate dignoſci poteſt, quae velocitas in corpore aequalis eſt in quocunque caſu, quemadmodum etiam vis, translata in corpus, eſt eadem, ut dicitur. Sed ſpatia non reſpondent exacte viribus, quibus conficiuntur. Nam poſſunt ſpatia infinita percurri vi finita. Sunt ergo haec ipſa effectus ſecundi generis, quorum magnitudine ſi magnitudinem cauſſae exquiras, cauſſa

ipſa

ipſa jungenda eſt tempori, ut veram magnitudinem habeas. Quamvis autem vis viva multipliciter jam ſumatur, modo nimirum pro ea vi, quae vere efficit, & reſiſtentiam vincit, modo etiam pro ſimplici vi motrice, quae corpus in diverſa ſpatia transfert, nihilo minus ejus magnitudo ex ſpatiis utrobique confectis exquiritur; unde ab effectibus ſecundi generis ducitur. Ergo omnino ratio temporis habenda eſt, cum vis viva aeſtimatur.

Dicunt alii adverſarii. Tanto major eſt vis, quanto longiori tempore operatur. Videtur ergo vis, eſſe in ratione compoſita velocitatis, & temporis. Itaque etſi foveae excaventur, vel altitudines percurrantur velocitate dupla, & tempore duplo, tamen vires ſunt quadruplae, quemadmodum foveae, vel altitudines. Ergo ut quadrata velocitatum. Hoc ergo eſt diſcrimen inter vim motricem, & vivam, quod illa, quia aeternum durare poſtulat, diuturnitate motus non variatur. Quare ut ſpatiis aeſtimetur, debet tempus attendi, quo haec ipſa ſpatia conficiuntur. At vis viva, quae propter

reſiſtentiam, quam vincit, motum continuo amittit, certe eo major cenſenda eſt, quo diutius perſeverat in corpore. Cum ergo velocitas in corporibus cadentibus aequalis ſit tempori cadendo inſumto, erit vis viva, ut quadratum velocitatis. Nam productum duorum aequalium eſt quadratum alterutrius.

Verum iſti intenſionem vis longiori tempori applicatae non ſatis exacte metiri videntur. Inveſtigandum eſt igitur, uti diuturnior alicujus facultatis actio deſtruatur. Hinc enim ejuſdem facultatis magnitudo innoteſcet. Omnis autem facultas in actionem tranſiens aequali reactione eliditur. Quapropter magnitudine reactionis etiam facultatis agentis magnitudo innoteſcit. Reactio porro a reſiſtentia uniformi proveniens minor eſt, quae minori tempori applicatur, major, quae longiori. Nam gravitas, quae corpus iterum aſcendens continuo retardat, minori tempore, ut patet, minus illius velocitatem minuit, majori tempore magis, ut omnino retardatio ſequatur rationem temporis. Jam vero ſi facultas aliqua agens duplam habet velocitatem, dimi-

midio ſane tempore excipit reactionem potentiae in contrarium agentis. Quocirca ſi potentiam hanc ſpatio repraeſentare licet, ubi certum ſpatium certam vim tollere poteſt, ut duplam tollat, debet ſpatium eſſe quadruplum. Nam quia ſingulae partes ſpatii dimidio tantum tempore in vim duplam operantur, neceſſe eſt ſane, quadruplum eſſe partium numerum, ut vim omnem tollant, & duplo praeterea tempore duplam vim extinguant, ut proprium eſt reſiſtentiae uniformis. Itaque ponatur altitudo quadrupla, ad quam iterum aſcendit corpus velocitate dupla, vel fovea ſimiliter quadrupla, quam dupla velocitate excavat, tamquam ſeries obicum aequalium quatuor. Quoniam velocitas corporis, vel iterum aſcendentis, vel foveam excavantis, eſt dupla, vis ejuſdem corporis applicatur ſingulis obicibus dimidio tantum temporis. Cum ergo obices munere reſiſtentiae uniformis fungantur, ſinguli tollent $\frac{1}{4}$ totius velocitatis, ſeu dimidium unius gradus. Ut ergo gradus duo velocitatis omnino tollantur, quatuor ſunt neceſſarii obices aequales, nam quatuor om-

omnino dimidiis duo integra conſtant. Quid ergo? Annon ſinguli gravitatis impulſus, aut aequales portiones materiae, in quam ſe immittit corpus, tamquam obices aequales ſpectari poſſunt? Patet ergo, ut quadruplus impulſuum numerus, vel quadrupla materiae quantitas neceſſaria ſit, ut vis dupla tollatur.

In quo animadvertendum eſt, ſingulos illos gravitatis impulſus, vel ſingulas reſiſtentias obicum aequalium eſſe dimidias ejus reſiſtentiae, quam facit unica materiae portio, vel unicus gravitatis impulſus in corpus, cujus velocitas eſt 1, & iccirco vis ut 1. Reſiſtentia enim integro tempori applicata major eſt reſiſtentia applicata dimidio. Quemadmodum ergo vis motrix, etſi aeternum per ſe ipſa durare poſtulat, ſeu transferre corpus ad infinita ſpatia, tamen non eſt infinita; ita neque major eſt vis viva, ex quo illius actio diuturnior eſt, cum caetera ſunt paria, ſed eſt vel ut velocitas ipſa, vel ut tempus, ſiquidem tempori eſt aequalis velocitas, non autem in ratione compoſita velocitatis, & temporis.

Huc

Huc redit experimentum Graveſandi, qui cum globos duos aeneos caperet, & filis ſuſpenſos in contrarium adduceret, tum in globum argillaceum fixum, & immobilem dimitteret ſic, ut unius maſſa eſſet 3, velocitas 1, alterius maſſa 1, & velocitas 3, percepit, foveam a ſecundo excavatam majorem eſſe fovea excavata a primo. Nam cum vires eſſent aequales, non tamen aequali tempore inſumebantur, ſed quia velocitas ſecundi erat tripla, iccirco haec triplo tempore auferri oportuit. Proportione ergo majorem foveam excavare debuit ſecundus, quam primus. Nam eadem vis triplo tempore agens magis agit, quam quae uni dumtaxat tempori applicatur.

At quid, rurſus inquit Bernullius, cum variae altitudines aequali tempore percurruntur? Annon tunc altitudinibus metienda eſt vis viva? Percurruntur autem inaequales altitudines aequali tempore a corpore in arcus cycloidis quoſcunque excurrente. Nam notum eſt, excurſus hujuſmodi eſſe omnes aequidiuturnos, ex Cl. Hugenio. Non ergo tem-

tempus commune aliquid habet cum vi viva.

Verum non ſolum per arcus cycloidis, ſed etiam per chordas circuli quaſcunque aequali tempore corpus a ſummo ad imum fertur, cum chordae ab extremo diametri ad punctum circumferentiae quodlibet ductae ſunt, ut omnes conſentiunt. Sed inde auſus eſt nemo, inferre, vires eſſe, ut quadrata velocitatum. Notum eſt enim, velocitates corporum cadentium in chordis eſſe, ut ipſas chordas. Cum ergo arcus cycloidis ſint in eadem ratione, in qua ſunt chordae circuli generatoris reſpondentes iiſdem arcubus, ut inter alios praeclare oſtendit Cl. Dedierus, *Mech. gen. l.* 1. *c.* 7., non eſt ſane, cur ab aequidiuturnis excurſibus corporis in arcus quoslibet cycloidis inferatur, vires vivas eſſe, ut quadrata velocitatum. Quemadmodum enim corpus deſcribens chordas circuli quaſcunque, a punctis circumferentiae quibuſlibet ad imum ductas, celeritates habet in fine deſcenſus in ratione ipſarum chordarum, ita idem corpus deſcribens arcus cycloidis quoſcunque celeritates acquirit in

in ratione eorundem arcuum. Sed timens Bernullius, ne argumentum hoc longius ſerperet, & contra ſe ipſum torqueretur, difficultatem eandem obiter tantum, & veluti tranſiens attigit.

Poſtremo inquiunt leibnitiani. Si tres viatores ita ferantur, ut primus unum milliare conficiat una hora, ſecundus duo milliaria duabus horis, tertius duo eadem milliaria una hora, perſpicuum eſt, ſecundum inſumere vim duplo majorem primi, & tertium duplo majorem ſecundi, & iccirco quadruplo majorem primi. Nam quamvis ſecundus duplo tempore feratur, tamen duplo magis fatigatur, quam primus, & tertius duplo adhuc magis, quam ſecundus. Itaque perſpicuum eſt, data aequali velocitate, nihilominus vim inaequali tempori applicatam eſſe inaequalem, & data dupla velocitate, vim aequali tempori applicatam eſſe quadruplam. Ergo vis viva ſequitur quadratum velocitatis.

Sed qui haec opponunt, annon patientia phyſicorum abutuntur? Nam quid vires corporum anima carentium cum viribus animantium? An eodem modo vires

Digitized by Google

res illa exercent, ut iſti, aut fatigantur illa, & ſudant, ut iſti? Quid ergo haec opponuntur? Sed etiam incongrua refellenda ſunt, ne cui loco non videatur reſponſum. Non puto negari ab adverſariis, eamdem vim fore, ut habeant viatores duo, quorum alter una hora unum milliare conficiat, duabus alter horis duo milliaria, & tertius duplam primi, cujus iter eſt duplum, ſi quidem in viatoribus idem eſſet principium motus, & velocitatis, quod eſt in corporibus inanimis, & eadem ratione externis impedimentis ſublatis perpetuo maneret. Si haec illi inficiarentur, in ipſis corporibus inanimis ſiſterent, non ad animantes confugerent. Eſt ergo in iſtis aliud principium motus, & alia duratio virium. Haec autem qualis ſit, breviter explico.

Quamvis perpetua eſt humorum, & particularum jactura in corpore animato, cum ſiſtitur, tamen multo major eſt, cum movetur. Mobiles nimirum, & promti humores excurrunt continuo per tubulos, & canaliculos corporis ſic, ut in poros deducti tum avolent. Fit autem motu corporis incitatior iſte excurſus.

Quo-

Quocirca violento quodam motu deducti humores per fibras corporis animati a tunicis fibrarum, in quas impellunt, particulas ſatis multas evellunt, & ſecum rapiunt. Ex quo fatigatio oritur, & ſudor. Sic ergo diuturnitate motus major fiet fatigatio, & humorum jactura, & vires majores inſumentur. At quid haec cum viribus corporum inanimorum, de quibus hic diſputatur? Sequitur ergo in aeſtimatione virium vivarum habendam eſſe rationem temporis, quae ſi habeatur, vires vivae erunt, ut ſimplices velocitates.

CAPUT NONUM.

Utrum ſit relatio aliqua inter vim vivam, & mortuam.

LEIBNITIANI verentes, ne a magnitudine vis mortuae vis vivae magnitudo aeſtimetur, ponaturque iccirco iſta ut ſimplex velocitas, quemadmodum illa ſe habet, nullam inquiunt eſſe relationem inter vim vivam, & mortuam, ſed volunt, eas eſſe quantitates eterogeneas,

neas, quas inter nulla proportio intercedat, ex quo inferunt, alio modo vim vivam, alio vim mortuam aeſtimandam eſſe. Horum argumenta ut referam, ex Bernullio referam leibnitiano in primis celebri, quem multi ſecuti ſunt. Duo autem ſunt illius argumenta, quae affert *in Opuſc. de communic. motus* ad Acad. Pariſ. miſſo anno 1726.

Primum eſt hujuſmodi. Vis mortua ſita eſt in ſimplici niſu ad motum, qui in inſtanti producitur, & ſtatim perit. At vis viva neque naſci, neque perire in inſtanti poteſt, ſed aliqua temporis duratione indiget, ut naſcatur, & pereat. Itaque vis viva ita ſe habet ad vim mortuam, quemadmodum ſuperficies ad lineam, aut ſolidum ad ſuperficiem. Nam uti fluxu lineae ſuperficies, & fluxu ſuperficiei ſolidum generatur, ita preſſione in tempus ducta, ſeu per tempus continuata, vis viva gignitur. Ut ergo lineae, & ſuperficies, ſuperficies, & ſolida ſunt quantitates eterogeneae, quae nullam habent proportionem, ſic preſſio ſimplex, ſeu vis mortua, & preſſio per tempus continuata, ſeu vis viva ſunt quantitates eterogeneae

geneae, quae nullam habent proportionem.

Secundum argumentum eſt. Supponantur elaſtra plura perfecte elaſtica, quae nullam praeterea aliam habeant affectionem, praeter perfectam elaſticitatem. Ex illis unum ad dexteram infixum ſit plano immobili, ad ſiniſtram manu, aut potentia aliqua externa contrahatur, & quieſcat. Sint vero alia quotcunque, recto ordine poſita ſuper eadem linea horizontali, & ſimul connexa, quorum extremum unum ad unam partem plano immobili infixum ſit, extremum alterum potentia externa ad planum immobile adducatur ita, ut ſingula aequaliter contrahantur, & quieſcant, quemadmodum primum illud ſeorſim poſitum. Perſpicuum eſt, potentiam externam eodem modo agere in haec plura elaſtra, ac in illud unum. Nam plura elaſtra aequaliter compreſſa agunt in ſe mutuo, ac ſi totidem plana immobilia interponerentur, ubi nectuntur. Quapropter vis retinens plura elaſtra, ne relaxentur, idem agit, ac ſi unum dumtaxat retineret. Preſſio ergo aequalis eſt utrobique. Jam

 vero

vero ſubſtituantur potentiis externis globi duo aequales, in quos relaxentur elaſtra; pelletur globus unus ab uno elaſtro, alter a pluribus. Ille ergo minori velocitate, iſte majori feretur, & icciroo erunt etiam vires inaequales. Sed ex dictis vires mortuae aequales ſunt. Ergo alia eſt vis vivae, alia vis mortuae aeſtimatio. Verum

Ad primum quod attinet. Vis machinarum, ſublato aequilibrio, ex mortua in vivam tranſit, per gradus enim infinite minores ad certam quantitatem finitam perducitur. Sed eodem modo nihilominus, per omnes mechanicos, haec eadem vis aeſtimatur, uti vis mortua, hoc eſt ſimplici velocitate. Non ergo vis viva, & vis mortua ita ſunt quantitates eterogeneae, ut non ſimili quadam, & communi menſura gaudeant. Deinde elementum vis vivae nihil aliud eſt, quam ipſa vis mortua, & quemadmodum vis viva oritur a preſſione per certum tempus continuata, ita vis mortua eſt eadem preſſio tempuſculo infinite parvo continuata. Videtur ergo elementum vis vivae eſſe ejuſdem generis, ac ipſa vis viva.

Sed

Sed quotieſcunque elementa ejuſdem generis, ſeu partes utcunque minimae, modo homogeneae ſint, aeque multipliciter ſumuntur, non mutant rationem. Ergo quemadmodum vis mortua ſimplici velocitate aeſtimatur, ita etiam vis viva aeſtimanda eſt.

Nec refert, vim vivam eſſe infinite majorem vi mortua, ut vis percuſſionis infinite major eſt ſimplici preſſione; quo pacto dici poteſt tantum, vim vivam, & vim mortuam nullam habere proportionem, non quod re vera una ad alteram ſit veluti quadratum ad latus, ſeu ſuperficies ad lineam. Illud enim probari poteſt, etiamſi eadem ſit utriuſque menſura, quae ex ſimplici velocitate deſumitur. Nam vis percuſſionis, & viva infinitis inſtantibus eduntur, quae ſimul ſumta tempus finitum conſtituunt, at ſimplex niſus ad motum quolibet tempuſculo infinite parvo editur, & perit: unde ſolo tempuſculo infinite parvo aeſtimatur. Eſt ergo vis mortua ad vim vivam, ut infiniteſima ad unum, vel ut unum ad infinitum, ſi placet. Sed nihil repugnat eſſe infiniteſimas in eadem ratione, in

qua ſunt finitae quantitates. Nam quae maxime differunt quantitate, poſſunt eandem nihilominus habere rationem, ut plurimis exemplis confirmari poteſt.

Ad ſecundum. Bernullio fortaſſe perſpicuum videbitur, eandem preſſionem excipere potentiam externam ſive a pluribus elaſtris, ſive ab unico, cum caetera ſint paria. Sunt enim, qui ſententiam aliquam probantes facile claram, & diſtinctam rei alicujus ideam ſibi efformant, quae res ad eandem ſententiam aliquid confert. Mihi certe non ita perſpicuum eſt, elaſtra multa aequaliter tenſa, & clauſa in potentiam externam preſſionem exercere aequalem ei, quam facit unicum elaſtrum. Nam ſecus infinita elaſtrorum ſeries non plus premeret aliquem obicem, quam premeret unicum elaſtrum; & ſi maſſa aliqua unicum elaſtrum retinere poſſet, ne laxaretur, eadem poſſet infinita elaſtra retinere. Quae quidem abſurda ſunt.

Sed inquit Bernullius, plura elaſtra aequaliter compreſſa, agunt in ſe mutuo, & ſibi alterne preſſionem aequalem faciunt, & elidunt, veluti ſi plana immo-

bilia

Digitized by Google

bilia ibi interponerentur, ubi nectuntur.

Verum ſi preſſiones duae aequales ſunt, quando obicem removere nequeunt, ſequitur, ut etiam aequales ſint, quando obicem removent; idque non videtur negare Bernullius. At hoc poſito, undenam globi aequales celeritatem inaequalem ſumunt, cum a potentiis aequalibus premuntur? Num ſi plana illa immobilia tolluntur, cum relaxantur elaſtra (in quo neſcio, an recte dicam, videtur ſane Bernullius actiones cauſſarum naturalium ad ſententiam potius, quam ad veritatem accommodare) num, inquam, augetur velocitas unius globi a majori elaſtrorum ſerie pulſi, propterea quod extremum hujus ſeriei punctum celerius fertur? Itaque hoc ipſo etiam preſſio augetur.

Rectius ergo, mea quidem ſententia, dicerentur elaſtra ſingula, in qualibet ſerie conſtricta, ſuſtinere actionem aliorum omnium. Sic enim eſſet omnium, & ſingulorum actio, & reactio aequalis, & omnino ſimilem preſſionem exercerent illi, quam revera exercent inaequales elaſtrorum ſeries, cum laxantur. Nam quemadmodum iſta ad eam partem, in

qua a conſtrictione liberantur, ſtatim jaciunt ſe ex integro, & iccirco ultimum elaſtrum excipit vim omnium ſuperiorum elaſtrorum, quam etiam in obicem transfert, ita ubi plura elaſtra in una ſerie conſtricta fuerint, & quieverint, unumquodque eorum in alia quotcunque vim facere videtur, & viciſſim alia quotcunque in illud unum.

Non ſum neſcius, aliis phyſicis placere id ipſum, quod Bernullio, ſaltem quod ad elaſtra quotcunque in ſerie conſtricta, & quieſcentia pertinet ſic, ut maxime verear, ne quam fallaciam, ut ante dixi, fortaſſe facit Bernullio idearum ſuarum perſpicuitas, mihi mea potius faciat. Sed quouſque certus error ab ſententia abeſt, juvat, eandem perſequi. Rationes ergo etiam aliorum, referam, iiſque, ut potero reſpondebo, ne; ſi quorundam ſententiam refero, demonſtrationem contemnere videar, niſi huic ipſi reſpondeam.

Inter hos phyſicos, quos ego maxime admiror, Cl. Zanottus *in comment. t. 2. parte* 3. *ſermone* 2. *de elaſtris* ſic fere ſententiam ſuam proponit, & explicat. Si

quis

quis elaſtrum, ex parte una incumbens obici immobili, manu appoſita ex parte altera conſtrictum teneat, ſentiet is quidem, & ſuſtinebit vim illam, quam facit elaſtrum in puncto, quod contigit manus; vim illam, quam facit in alio puncto contra obicem, non ſentiet. Ad preſſionem ergo, quam facit punctum contra manum, nihil refert, utrum preſſio, quae ſit ab altero puncto, obice quodam detineatur, an pugnet cum elaſtro altero, & pari vi ipſum ſuſtineat. Quod ſi elaſtrum hoc alterum ea vi ſuſtinetur, qua primum illud premeret obicem; ſequitur profecto, ut hujus alterius preſſio non poſſit ad manum, primo appoſitam, pervenire. Itaque ſi ſeries quaepiam conſtricta detineatur, quocunque elaſtrorum numero conſtet, punctum extremum ſeriei aequaliter ſemper premit. Elaſtra enim omnia alia ab aliis ſuſtinentur, ut illorum preſſio ad punctum extremum pervenire non poſſit.

Hoc loco, ut fatear, intelligere nequeo, ut punctum extremum ſeriei, cujus ſunt elaſtra pauciora, non minus premat, quam punctum extremum ſeriei,

Digitized by Google

cujus ſunt multo plura elaſtra, quotieſcunque ambae ſeries conſtrictae detineantur. Nec enim ſingula a ſingulis, ſed unumquodque elaſtrum ab omnibus aliis premitur, meo quidem judicio, & eorundem preſſionem ſuſtinet, ac viciſſim ita, ut omnium preſſio ad extremum ſeriei punctum perveniat. Id mihi quidem, & rationi, & naturae elaſtrorum valde conſentaneum videtur. Nam cum laxatur elaſtrum, totum ſe jacit in unam partem. Qua propter non ſolum crus, quod prius a manu conſtrictum detinebatur, ſed etiam alterum, quod ab obice detinebatur, in eam partem impetum facit. Itaque videtur elaſtrum, cum conſtrictum eſt, ex integro in utramque partem vim facere, ut in alterutram ſe jaciat.

At, inquies, ergo unica potentia ex integro aeque premit in obicem, & manum? At quis credat hoc modo duplicari potentias, & jam ad unam vim mortuam ſuſtinendam duas preſſiones neceſſarias eſſe, quarum ſingulae aequales ſint illi, quam ſuſtinent?

Sed hoc, ſi rite expendatur, nihil eſt. Nam non major eſt totius elaſtri ni-

niſus, ut ſe in aliquam partem jactet, quam ſit dimidii elaſtri, ut in eandem partem jaciat ſe. Id enim *cap. ſequ.* oſtendam. Itaque ſive manus, ſive obex, aequalem preſſionem ſuſtinent tam a dimidio elaſtro, quam etiam a toto. Non ergo duplicatur unica potentia premens, cum neque augeantur potentiae ſuſtinentes.

Quod ſi igitur totum elaſtrum aequalem niſum exercet in obicem, aut manum, quemadmodum ipſius dimidium, jam ſequitur ad preſſionem, quam facit punctum extremum elaſtri, quod manu appoſita detinetur, conferre multum, utrum preſſio, quae fit ex altera parte elaſtri obice quodam detineatur, an pugnet cum elaſtro altero. Nam ſi primum, jam elaſtrum ex illa parte ſuſtinetur ab obice, non etiam niſum ab obice recipit, ut moveatur. Si ſecundum, niſum hunc etiam recipit. Nam quemadmodum ultimum elaſtrum totum in appoſitam manum nititur, ita quodlibet ſuperius elaſtrum in ſequens nititur. Quapropter transfertur in ultimum elaſtrum omnis ſuperiorum elaſtrorum niſus, & iccirco ad

ad manum appoſitam pervenit. Quodſi vero interpoſita eſſent plana immobilia inter ſingula elaſtra conſtricta, ſuſtinerentur quidem ſingula elaſtra, non etiam ſingula elaſtra in ſe invicem vim facerent. Qua propter vires elaſtrorum levarentur quodammodo, & imminuerentur. At ſi nulla interpoſita ſunt plana immobilia, elaſtra non tantum ſe invicem ſuſtinent, ſed etiam in ſe mutuo vim faciunt. Itaque omnium elaſtrorum vis hac de cauſſa major eſt. Non ergo videntur elaſtra plura ſic premere, ut unicum elaſtrum.

At miratur Zanottus, adhuc aliquos eſſe, qui in hac ſententia relinquenda difficiliores ſint (jure fortaſſe, ſed ego nondum in illa errorem invenio). Nam inquit in vulgatiſſimo experimento Torricellii, cum aer inferior, qui hydrargyrum proxime tangit, dicatur utique, ipſum premere elaſticitate ſua, nemo tamen eſt, qui dicat, ſi ad elaſticitatem inferioris aeris addatur gravitas aeris ſuperioris, preſſionem contra hydrargyrum augeri debere, & barometricam altitudinem majorem fieri. Nimirum aer inferior

rior ſuperioris aeris gravitatem elaſticitate ſua ſuſtinet, neque ſinit gravitatis hujus preſſionem ad hydrargyrum pervenire. Quemadmodum etiam is, qui pondus quodpiam manu tenens, elaſtro inter pondus, & manum interpoſito, non pondus, ſed elaſticitatem ſentit elaſtri, cui, pondus tenens, reſiſtit.

His ego libenter aſſentirem, ſi ea clarius intelligere poſſem. At quia aliis fortaſſe alia elaſtrorum natura occurrit, alia mihi, nequeo me ipſum adhuc relinquere, & alios ſequi. Nam qui dicunt, aerem inferiorem, qui hydrargyrum proxime tangit, elaſticitate ſua premere hydrargyrum, non illi etiam addunt gravitatem aeris. Nam ſecus ab eadem cauſſa eundem effectum bis ex integro repeterent, hoc eſt ex gravitate aeris ex hypotheſi, & rurſus ex gravitate aeris, a qua tota elaſticitas aeris inferioris manat. Quare etiam dicunt, eundem effectum oriri, ubi eadem eſt aeris elaſticitas, utcunque aer inferior, aut tota athmoſphaericae columnae altitudine prematur, aut alia quacunque de cauſſa in eadem elaſticitate detineatur. Cui conſentit ipſa etiam

tiam aeris relaxatio. Nam dubium non eſt, aerem re vera laxari, ubi citiſſime ejuſdem preſſione aqua in anthliis elevatur ad altitudinem 32 pedum. Sed ſive anthlia ſit in loco aperto, ſive in clauſo, aqua eadem celeritate elevatur. Itaque inaequales columnae aeris, quia aequali elaſticitate pollent, aequali etiam celeritate laxantur.

At nunquid eadem eſt elaſticitas in qualibet ſerie elaſtrorum? Id certe aſſerere non audeo. Sed mihi quidem videtur niſus cujuslibet elaſtri in alia inſequentia transferri ſic, ut quo major eſt elaſtrorum numerus, eo etiam extremum majorem preſſionem faciat. Quod ſi ergo non eadem eſt hujus extremi elaſticitas, neque eadem preſſio eſſe poteſt. Unde etiam in majori elaſtrorum ſerie, ubi haec ipſa laxantur, extremum magis premit, & celerius fertur.

Quod vero addit Zanottus, manum ſuſtinentem pondus quodpiam, elaſtro inter pondus, & manum interpoſito, elaſticitatem ſentire elaſtri, non etiam pondus; num eandem elaſticitatem percepturam manum ſpondet, ubi non unum, ſed

ſed decem, aut centum elaſtra interpoſita fuerint inter pondus, & manum, eaque ſingula aeque conſtricta fuerint, ut primum illud ſeorſim? Id quidem ego nulla ratione pollicerer. Nam ſi mutandum eſſet pondus, ut, credo, perſpicuum eſt, vereor, ne non iccirco elaſticitas major eſſet. His praeviſis circa preſſionem elaſtrorum, quoniam leibnitiani multi ſunt, ut argumentis ductis ab actione elaſtrorum oſtendant, vires vivas eſſe, ut quadrata velocitatum, iccirco haec praemittenda ſunt.

CAPUT DECIMUM.

Qua ratione relaxentur elaſtra, & obices pellant.

NON una eſt phyſicorum opinio in explicanda relaxatione elaſtrorum. Alii enim ſucceſſivam eſſe volunt dilatationem ſingulorum elaſtrorum in eadem ſerie exiſtentium. Alii eodem tempore omnia dilatari incipere, & eodem tempore ad perfectam dilatationem pervenire contendunt. Graveſandus, & Muſſenbroe-

broechius primum tenent, at Zanottus, Jo. Bernullius, Heraclitus Manfredius, aliique ſecundum malunt.

Graveſandus *in El. phyſ. math. l.* 1. *c.* 22. *edit.* 2. haec habet fere. Si fuerint elaſtra plura juncta inter ſe, & aequaliter inflexa, & ex parte una inſiſtant obici immobili, ex parte altera in corpus incurrant, cum relaxantur, hoc modo illa laxabunt ſe, & certos gradus velocitatis eidem corpori communicabunt. Elaſtrum primum, contiguum corpori, huic communicat primum velocitatis gradum; ut elaſtrum ſequens corpori aequalem gradum velocitatis communicet, oportet, ut duplo majori velocitate feratur ejus, quacum fertur corpus. Hoc autem, ut praeſtet, debet a ſimili elaſtro ſtatim ſe expandente propelli. Duo ergo elaſtra ſeſe eodem momento expandentia requiruntur, ut communicent ſecundum velocitatis gradum, & ita deinceps.

Muſſenbroechius in libro, qui inſcribitur *Eſſai de Phiſique tom.* 1. *c.* 6. *num.* 167. inquit. Si potentia externa vim faciat in aliquod corpus, neque creſcat

cat amplius, ea corporis velocitatem augere non poteſt. Quare elaſtrum, quod eadem velocitate dilatat ſe verſus aliquod corpus, qua cum corpus ipſum fertur, non poteſt hujus velocitatem augere, ſed eſt veluti quieſcens relate ad ipſum corpus, hoc eſt nullum habent motum relativum potentia, & corpus. Ut igitur potentia haec rurſus pellat corpus, neceſſe eſt, ut ab altera potentia pellatur ea velocitate, quacum fertur corpus. Hac enim ratione poterit ſecundum gradum velocitatis corpori impertire. Itaque poſt primum elaſtrum duo alia neceſſaria ſunt, ut tribuatur corpori ſecundus gradus velocitatis.

Similiter corpus propelli non poteſt amplius ab dictis potentiis, quarum habet aequalem velocitatem, ſed ut accipiat tertium gradum velocitatis, neceſſe eſt, ut adveniat nova potentia, quae faciat, ut nulla ſit quies relativa inter potentiam pellentem, & corpus pellendum. Id autem fiet, ſi duae potentiae aequales, ſeu duo elaſtra aequalia laxabunt ſe eodem tempore, & tertium elaſtrum propellent, quod ſupponitur corpori contiguum,

guum, & eadem velocitate ferri, ac ipſum corpus. Sic enim tertium gradum velocitatis acquiret corpus. Itaque corpus ab una potentia unum gradum velocitatis, a duabus ſecundum, a tribus tertium gradum velocitatis acquirit, & ita deinceps.

His poſitis ambo Authores, utpote leibnitiani, conantur oſtendere, vires elaſtrorum in corpus translatas eſſe, ut quadrata velocitatum. Nam, inquiunt, ſi ſint duo triangula ſimilia, quorum latera homologa duo exprimant velocitates corporis, eorundem triangulorum areae exprimant potentias externas, quae velocitatem tribuerint corporibus, ſi quidem infinitae parvae exiſtimentur potentiae, & ſibi quamproximae, veluti parallelogrammula infinite exigua, quibus totae triangulorum areae compleantur. Sed areae triangulorum ſimilium, *ex 19. el. 6.*, ſunt ut quadrata laterum homologorum. Ergo potentiae externae ſunt interſe, ut quadrata velocitatum. Sed potentiae externae transferunt in corpus vim omnem. Ergo vires vivae corporum ſunt, ut quadrata velocitatum.

Sed haec demonſtratio, opinor, nec ipſis

ipſis Authoribus ſuis jam placet. Nam primum, ſi latera duo homologa ſint, ut 3 ad 7, quadrata erunt, ut *9* ad 4*9*. Atqui potentiae externae inſiſtentes dictis lateribus vix ſunt, ut *6* ad 28. Nam per illos potentiae *6* tribuunt corpori tres gradus velocitatis, 28 tribuunt eidem corpori ſeptem gradus. Itaque potentiae externae aliam omnino rationem habent ad velocitates, quam quae iſtarum quadratis reſpondet, nec enim uti *6* ad 28, ita *9* ad 4*9*. In quo neque infiniteſima, ut puto, eos juvare poſſunt. Deinde ſi recte animadvertatur modus, quo elaſtrum, corpori contiguum, communicat ipſi corpori varios gradus velocitatis, omnino apparet, vires eſſe, ut gradus velocitatis, non ut quadrata. Nam elaſtra inſequentia ſic juvant elaſtrum primum, ut non totam vim ſuam communicent eidem elaſtro, ſed tantam tribuant, quanta vix ſufficit ad duplicandam, aut triplicandam ipſius velocitatem, & icirco ad augendos gradus velocitatis corporis, reliquam enim adhibent ad ſe movendum.

Cl. Zanottus *comm. t.* 2. *parte* 3. *ſer.* 1.

de elaſtris, quem, puto, neque Bernullius, neque Manfredius nitidiori elaſtrorum explicatione ſuperant, ſic fere naturam elaſtrorum exponit. Elaſtrum eſt veluti angulus, aequalia crura habens, qui ſi claudatur, conſtringaturque, tum ſibi relinquatur, ſua ſe ſponte aperit. Dilatatio illa, in qua elaſtrum quieſcit ſua ſponte, vocari poteſt dilatatio naturalis.

Quod ſi de multis elaſtris ſermo eſt, ſimilia inter ſe omnia putanda ſunt, & omnino aequalia, ut neque crurum longitudine, neque vi ſe aperiendi differant. Quapropter etiam, cum elaſtrorum ſeries dicitur, intelligenda ſunt elaſtra plura, deinceps poſita, & in eadem recta linea inſiſtentia, ut extremis cruribus ſe mutuo contingant. Quod ſi elaſtrum, ſive elaſtrorum ſeries ex neutra parte impediatur, quo minus relaxet ſe, id elaſtrum, ſive haec ſeries vocari poteſt libera, ſin autem ex altera parte in obicem immobilem infixa ſit, tunc elaſtrum infixum, ſeu ſeries infixa dicenda eſt. Elaſtrum vero, aut elaſtrorum ſeries ſe relaxantium, & corpus pellentium, deferens appellari poteſt.

Jam

Jam vero ſi elaſtrum liberum primo clauſum ſit, poſtea ſibi relinquatur, ſtatim aperiens ſe, & jactans in utramque partem, aequali vi ad naturalem dilatationem pervenit. Quapropter tempus, quod inſumit, eſt illud ipſum, quo alterutrum ipſius crus dimidium ſpatii luſtrat, quod naturali dilatatione occupat totum elaſtrum. Quod ſi elaſtrum infixum ſit, & primo clauſum, tum ſibi relinquatur, aperiet ſe ſtatim, & ab obice immobili feretur totum ad partem alteram, in qua ad naturalem dilatationem perveniet. Porro tempus, quo elaſtrum iſtud ad naturalem dilatationem pervenit, eſt illud ipſum, quo extremum ipſius punctum in parte ab obice averſa percurrit totum ſpatium, quod naturali dilatatione occupat elaſtrum. Itaque velocitas hujus extremi puncti dupla eſt velocitatis cujuſvis cruris in elaſtro libero exiſtentis. Haec de elaſtro vel libero, vel infixo.

Quod ad ſeriem elaſtrorum liberam, vel infixam pertinet, haec habet praecipue. In ſerie elaſtrorum infixa, cum elaſtrum ultimum ab obice averſum dilatatur, ſtatim preſſio ejus contra proxi-

mum elaſtrum minuitur. Itaque aperiente ſe elaſtro ultimo, oportet, ut penultimum eodem tempore aperiat ſe, & dilatet aequaliter. Idem dicendum eſt de aliis elaſtris, quibus ſeries tota componitur; quo apparet, & elaſtra omnia eodem tempore aperiri, & aequalibus temporibus aequales dilatationes obtinere, unde etiam velocitates eſſe, ut ſeries. Idem fere de elaſtrorum ſerie libera dicit, additque velocitatem punctorum extremorum in hac ſerie utrinque eſſe dimidiam ejus, quam haberet alterutrum punctum, ſi ſeries infixa eſſet.

His praemiſſis conſiderans Zanottus ſeries infixas, ut deferentes, ſeu pellentes certa corpora, ſic fere explicat modum, quo illae certam quantitatem motus iiſdem corporibus impertiunt. Sed ante ſupponit, maſſam aliquam eſſe in elaſtris, unde quantitatem motus accipiant corpora, quae a ſerie elaſtrorum pelluntur; tum hanc perexiguam eſſe vult, ut ſi cum maſſa ejus corporis, quod a ſerie pellitur, comparetur, haberi poſſit pro nulla; tandem inquit dubium non eſſe, quin totius ſeriei dilatatio

tátio objecto globo retardetur: quibus poſitis inquit

Primo. Quaecunque ſeries infixa, premens globum aliquem, ſuam omnem motus quantitatem in ipſum transfert. Quod ita oſtendit. Premente ſerie globum, omnis motus quantitas in maſſam ſeriei, & maſſam globi proportionaliter dividitur. Eſt autem ſeriei maſſa, ſi ad maſſam globi comparetur ita perexigua, ut ſupra dictum eſt, ut haberi poſſit pro nulla. Ergo ſeries ſuam omnem quantitatem motus in globum transfert.

Secundo. Velocitas globi proportionalis eſt longitudini ſeriei diviſae per globum. Nam longitudo ſeriei proportionalis eſt quantitati motus, quae in globum transfertur, ex antedictis. Atqui quantitas motus per globum diviſa proportionalis eſt globi velocitati. Ergo longitudo ſeriei per globum diviſa proportionalis eſt ipſius globi velocitati. Itaque ſi longitudo ſeriei vocetur s, globus vero g, erit globi velocitas $= \frac{s}{g}$.

Tertio. Tempus, quo ſeries globum deferens dilatatur, proportionalis eſt globo ipſi. Id patet ex eo, quod ve-

locitas eſt $= \frac{s}{g}$. Nam dubium non eſt, quin velocitas ſit ſpatium diviſum per tempus. Cum ſit ergo s ſpatium illud, quod globus percurrit, dum ſeries dilatatur, ſitque velocitas $= \frac{s}{g}$ neceſſe eſt, ut g exprimat tempus, ideoque proportionalis ſit ipſi globo.

Hic perbelle refellit Zanottus Camuſium, & Bernullium, qui volunt velocitatem globi non eſſe $= \frac{s}{g}$, ſed eſſe $= \surd \frac{s}{g}$. Nam, inquit, ſi velocitas globi g ex illorum ſententia eſt $\surd \frac{s}{g}$, erit quantitas motus $= \surd sg$. Atqui ſi motus quantitas ita ſe habet, manente eadem ſerie s, ſi modo globus g augeatur, motus etiam quantitas augeri debet. Itaque minus commode dicitur motus quantitatem eſſe $= \surd sg$. Nam ſi ſeries manet eadem, unde omnis motus oritur, & ſolum augetur globus, qui a ſerie moveri debet, quomodo quantitas motus augetur?

At illud etiam neceſſario conſequitur ex eorundem ſententia, quod ſeries, ſi brevior ſit, ideoque paucioribus elaſtris conſtet, eandem motus quantitatem faciat, quam faceret, ſi longior eſſet,

& con-

& conſtaret elaſtris pluribus. Nam ſi motus quantitas eſt $\sqrt{sg}$, haec eadem manet, quantumcunque ſeries s minuatur, modo globus g tanto augeatur, quanto illa minuitur. Quid quod etiam ſeries brevior majorem motus quantitatem faciet interdum, quam longior? Velut ſi imminuta ſerie s, globum g uſque eo auxeris, ut productum totum sg fiat majus? Haec ſapienter Zanottus contra Camuſium, & Bernullium proponit; quae ſane in ipſius ſententia timenda non ſunt. Nam ſi velocitas eſt $= \frac{s}{g}$, erit ſane motus quantitas $= \frac{s}{g} \times g$. Hic autem utcunque augeatur g, manente quidem eadem ſerie s nunquam fiet, ut augeatur quantitas motus, neque vero, ut iſta maneat, cum ſeries imminuitur.

Poſtremo explicat Zanottus, quo modo ſeries liberae deferentes duos globos pellant in contraria. Inquit enim. Primo non eſt dubium, quin tota ſeries, aperiens ſe, in tota dilatatione utrumque globum pellat aequaliter. Nam ipſa per ſe in utramque partem aequaliter nititur. Deinde cum nihil ſit, cur in communi illa elaſtrorum lucta alterum ela-

ſtrum cedat alteri, ex eo fit, ut elaſtra ejuſdem ſeriei omnia ad naturalem dilatationem perveniant eodem tempore. Tandem globus uterque aequalem motus quantitatem a ſerie accipit, cum in dilatationibus ſingulis uterque aequaliter prematur.

In quo animadvertit egregius Author, quod etiamſi partes duae ſeriei inaequales in partes contrarias laxare ſe, & globos duos inaequales pellere videantur ita, ut ſeriei partes pellentes ſint in ratione inverſa globorum, re tamen vera dimidia duo ſeriei aeque pellunt globos duos inaequales, & vim aequalem in iſtos transferunt. Nam ſi partes ſeriei inaequales utrinque laxantur, hoc ideo fit, quia dimidia duo ſeriei aeque premunt globos inaequales, ipſiſque velocitates tribuunt in ratione inverſa maſſarum. Nam ſecus non tota ſeries libera aequaliter in utrumque globum niteretur, quod contra naturam elaſtrorum in ſerie libera exiſtentium eſſe videtur.

Non ergo, ſi partes ſeriei liberae ſint inaequales, habendae ſunt tamquam

duae

duae ſeries infixae, quae inter ſe nihil communicent, & in centro motus, quaſi pariete quodam interpoſito, disjunctae ſint. Nam haec eſt differentia inter punctum immobile, a quo dividuntur elaſtra, ut globos pellant, & parietem interpoſitum, quod immobilitas puncti ab ipſa ſeriei continuitate, & aequa totius vis diſtributione oritur: ex quo fit, ut immobilitas puncti nequeat, hanc ipſam virium aequalitatem tollere, quae ſi non eſſet, neque ipſa immobilitas puncti haberetur. At immobilitas parietis non oritur ab aequali totius vis diſtributione, & ſeriei continuitate, ſed eſt ipſa per ſe. Quo circa & continuitatem ſeriei tollit, & aequalem totius vis diſtributionem.

Praeterea ſeries tota, quae aequalem quantitatem motus transferre debet in globos inaequales, continua eſt. Itaque oportet, ut illa globum utrumque aeque premat, & vim ſuam diſtribuat in utramque partem aequaliter. Quod ſi facit, oportet etiam, ut ex altera parte velocior fiat, ex altera tardior; ſintque ipſae ſeriei partes velocitatibus pro-

proportionales. Sed hoc ipſo fit, ut centrum gravitatis ibi detineatur, unde ſeriei partes dividuntur in ratione velocitatum. Ergo propterea quod tota ſeries vim ſuam aequaliter in ambas partes diſtribuit, centrum gravitatis in dicto loco, non alibi, detinetur. Nihil tale de pariete dici poteſt, qui in eodem loco manet, quia ipſe per ſe eſt immobilis.

Haec eadem differentia eo manifeſtior eſt, quod quamvis centrum gravitatis in certo loco immotum quaſi ſedeat, non impedit tamen, quo minus pars ſeriei major ad partem ſeriei minorem ſe ſe accommodare debeat; idque eo valet, ut elaſtra partis majoris toto relaxationis tempore aeque ſemper dilatata eſſe debeant, ut elaſtra partis minoris, ipſa ſeriei continuitate id poſtulante: quod minime eveniret, ſi ambae hae partes pariete interpoſito disjungerentur.

Haec cum ſint ab illo ſapienter dicta, nihil habeo, ſane non multum, quod ex me adjungam. Atque inprimis ſi plura elaſtra in aliqua ſerie primum

mum conſtricta, poſtea eodem tempore relaxari incipiunt, & eodem tempore ad naturalem dilatationem perveniunt, eò celerius ſane puncta extrema feruntur, quo ſunt plura elaſtra, quae in eadem linea inſiſtunt, per quam puncta ipſa feruntur. Itaque puncta extrema, cum primo moveri incipiunt, non ideo majorem habent vim, & velocitatem, quod per ſe majori elaſticitate valeant, ſed quod ab aliis inſequentibus elaſtris pelluntur. Quid ergo? Annon cum elaſtra conſtricta detinentur, niſum hunc nihilo minus excipiunt puncta extrema? Id quidem valde veroſimile eſt. Nam omnis motus niſum conſequitur.

Quod de pluribus elaſtris, deinceps poſitis, dictum eſt, idem de uno elaſtro infixo dicendum eſt. Nam hujus quoque elaſtri extremum unum celerius feratur, cum totum elaſtrum dilatatur, non quod crus unum tanta elaſticitate polleat, ut tam celeriter feratur, ſed quod ab altero crure etiam impellitur, cum ipſum dilatatur. Atque hunc niſum recipit crus, etiam cum conſtrictum detine-

tinetur, ſed non videtur augeri illius preſſio. Nam uti crus unum in alterum nititur, ita hoc alterum in illud, cum totum elaſtrum conſtrictum eſt. Quapropter in obices duos utrinque invincibiles aeque diſtribuitur totius elaſtri vis, a quibus, cum ſuſtinetur, non etiam recipit niſum; contra quod in elaſtris pluribus contingit in eadem ſerie exiſtentibus. Quod ſi ita eſt, non magis totum elaſtrum premit alterutrum obicem, quam premat ipſius dimidium. Id quod ſupra, me demonſtraturum, promiſi.

Poſtremo, ne locum aliquem relinquere leibnitianis videar, cui non reſponſum ſit, ſi quidem iſti omnino contendant, inaequales ſeriei liberae partes a centro gravitatis, ſic dividi, quaſi ſi a puncto quodam fixo, & immobili dividerentur, quod punctum veluti paries firmiſſimus habendus eſſet, quo & totius ſeriei continuitas, & partium inter ſe communicatio, & illa, quae ſupra dicta eſt, totius vis diſtributio tolleretur; paucis oſtendam, in hac illos ſententia neque verum tempus aſſequi, quo

quo elaſtra dilatantur, neque aſſignare veram velocitatem, & quantitatem motus, quam illa impertiunt globis, quos in contraria pellunt.

Nam ſi inter duos globos aequales, quorum ſingulorum maſſa ſit 3, duodecim elaſtra aequalia interponantur, quae, poſtquam conſtricta fuerint, laxentur, & eorundem extrema habeant velocitatem $= 6$, quam omnem tribuant globis, erit quidem quantitas motus in utroque globo aequalis, nimirum 18, quemadmodum etiam numerus elaſtrorum pellentium globos aequalis eſt.

At ſi globi, inter quos elaſtra 12 interjecta ſint, & conſtricta detineantur, ſint 4, & 2, & ita dividantur elaſtra utrinque, cum relaxantur, ut ea ſint in ratione inverſa maſſarum, quas pellunt, hoc eſt hinc 4, & inde 8, neque celeritates erunt, ut ſeries pellentes globos, neque tempora aequalia, neque quantitates motus aequales, quae tria tamen aſſerunt leibnitiani, ut infra patebit, ſed erunt quantitates motus ut ſeries ipſae pellentes globos. Quod ita probari poteſt. Elaſtra ſex, ut ſupra poſui globo

3 communicant velocitatem $= 6$. Itaque eadem elaſtra tribuent globo 2 velocitatem $= 9$. Nam ſi retardatio elaſtrorum ſequitur rationem obicis pellendi, ut omnino rationi conſentaneum videtur, ſane velocitates, quas eadem elaſtra tribuunt variis globis, ſunt in ratione inverſa eorundem globorum. Cum ergo ſit velocitas globi 3 ab elaſtris ſex pulſi $= 6$, erit 9 velocitas globi 2 ab elaſtris ſex pulſi. Nam 2, 3 : : 6, 9 quod ſi elaſtra 6 tribuent velocitatem 9 globo 2, quam tribuent 8? nimirum, niſi fallor, octo elaſtra tribuere debent globo 2 velocitatem 12. Nam ita eſt 6, 9 : : 8, 12. At contra elaſtra 4 tribuunt globo 4 velocitatem $= 3$. Nam ſi elaſtra 6 tribuunt globo 3 velocitatem 6, eadem tribuent globo 4 velocitatem $4\frac{1}{2}$. Ergo elaſtra 4 tribuent tantum velocitatem 3. Nam ita eſt 6, 4 : : $4\frac{1}{2}$, 3. Erunt ergo ambae velocitates ut 12 ad 3. Non ergo velocitates ſunt, ut ſeries pellentes, quando tota ſeries deferens libera eſt, & globi pulſi inaequales ſunt, ſed ſunt potius quantitates motus, ut ſeries pellentes. Nam $2 \times 12 = 24$, quae eſt quantitas

titas motus in globo 2, & $4 \times 3 = 12$, quae eſt quantitas motus in globo 4. Ex quo etiam patet, tempora, quibus laxantur elaſtra, omnino inaequalia eſſe, & ſequi rationem globorum, in quos eadem elaſtra laxantur. His praeviſis.

CAPUT UNDECIMUM.

Utrum argumenta ab elaſtris ducta leibnitianorum ſententiam confirment.

JOANNES Bernullius vir acerrimi ingenii, ut aliis multis, ita potiſſimum argumentis ab actione elaſtrorum ductis evidenter Leibnitii ſententiam firmari, putat. Haec ergo etiam referenda ſunt. In *opuſc. de communic. motus* argumentum unum ita fere proponit.

Elaſtra plura, ad angulos aequales inflexa, recto ordine diſponantur, & duae veluti ſeries ex illis horizontaliter collocentur, ut extremum unius elaſtri crus ſit extremo alterius elaſtri cruri commiſſum, & in utraque ſerie primum infixum ſit plano immobili, ultimum in parte

parte adverſa contiguum ſit corpori alicui, quod, ubi elaſtra relaxantur, motum ab iiſdem accipiat, & vim. Non eſt dubium, inquit, vim tantam acquirere corpus, quanta eſt elaſtrorum ſumma. Si fuerint ergo elaſtra 3 in una ſerie, & 12 in altera, aequaliter contracta, & in globos aequales relaxentur, erunt globorum vires, ut 3 ad 12, vel ut 1 ad 4. Sed celeritates eorundem non erunt, ut ſeries elaſtrorum, ſed ut radices quadratae earundem, ſeu ut $\sqrt{3}$ ad $\sqrt{12}$, vel ut $\sqrt{1}$ ad $\sqrt{4}$, ſeu ut 1 ad 2. Quod ſic oſtendit.

Cum primo ſeries elaſtrorum laxantur, truduntur globi duo aequales per ſpatia, quae ſunt ipſis ſeriebus proportionalia, unde ut 1 ad 4. Singula autem elaſtra aequaliter diſtenduntur, & ſingula aequalem elaſticitatis partem amittunt, & retinent aequalem. Cum igitur preſſiones, ſeu vires mortuae, quas globi ab elaſtris ſuſtinent, cum nondum moventur, aequales ſint ex dictis ſupra (quod fuit nimirum ſecundum Bernullii argumentum *cap.* 9. allatum) cumque augmentum velocitatis in quolibet ſpatiolo, ex cognita acce-

accelerationis lege, ſit in ratione compoſita preſſionis & temporis, quod inſumit corpus in dicto ſpatiolo percurrendo, ipſa quidem preſſio utrobique aequalis vocetur p, ſpatia vero exigua primo ab utroque corpore confecta x, & nx velocitates vero u & z, & quia ſpatium, diviſum per velocitatem, dat tempus, quotieſcunque velocitas aequalis eſt temporis, erit $\frac{dx}{u}$ tempus inſumtum a primo in percurrendo ſpatiolo infinite minori, & $\frac{ndx}{z}$ tempus inſumtum a ſecundo. Quod ſi igitur prima elaſtrorum ſeries vocetur a, ſecunda na, ſeu $4a$, erit elementum velocitatis a prima ſerie elaſtrorum acceptum $du = p\frac{dx}{u}$. Quo circa erit $udu = pdx$, & integrando $\frac{1}{2}uu = \int pdx$. A ſecunda vero elaſtrorum ſerie elementum velocitatis acceptum erit $dz = p\frac{ndx}{z}$, & iccirco $zdz = pndx$, & integrando $\frac{1}{2}zz = n\int pdx$. Ex quo ſequitur $uu, zz :: \int pdx, n\int pdx :: a, na :: 1, 4$. Atqui ſeries prima eſt ad ſecundam, ut prima vis viva ad ſecundam vim vivam. Ergo ſunt vires vivae, ut uu ad zz, hoc eſt ut quadrata velocitatum.

Ex hac argumentatione corollarium iſtud infert Bernullius. Poteſt conſiderari lapſus, & acceleratio gravium orta a materia quadam elaſtica, quae verticaliter in infinitum tendatur, & corpora deorſum premat lege accelerationis jam cognita. Poteſt ergo applicari viribus duorum corporum aequalium, quae ab altitudinibus diverſis cadant ea, quae de elaſtris ſupra dicta ſunt. Ex quibus ſequitur, vires vivas eſſe, ut quadrata velocitatum, propterea quod ſunt, ut altitudines.

Verum in hac argumentatione ſumit aliquid Bernullius tamquam certum, quod tamen concedendum non puto. Supponit nimirum, ſeriem elaſtrorum quamcunque aequalem preſſionem facere in potentiam externam, idque conceſſum putat. Ex quo infert, vires vivas globis tributas eſſe, ut quadrata velocitatum. Quare nil mirum, ſi id aſſequatur, cujus cauſſa id ipſum finxit. At preſſio ab imparibus elaſtris orta non eſt aequalis, ut *cap. 9.* oſtenſum eſt. Sed quemadmodum ſeries elaſtrorum ſunt ut 1, & 4, ita etiam preſſiones. Quod ſi igitur preſſiones

nes ita multiplices ponantur, quemadmodum ſeries elaſtrorum, anne eadem erit Bernullii demonſtratio? Id ergo videamus.

Quoniam ſpatium ſecundum dictum eſt nx, etiam ſecunda preſſio dicatur np. Erit primo quidem $du = p\frac{dx}{n}$, adeoque $udu = pdx$, quod integrando fit $\frac{1}{2}uu = \int pdx$; at ſecundo erit $dz = n^2 p \frac{dx}{z}$, adeoque erit $zdz = n^2 p dx$, & integrando $\frac{1}{2}zz = n^2 \int pdx$. Ex quo ſequitur $uu, zz :: \int pdx, n^2 \int pdx :: a, n^2 a$, & quoniam a eſt unitas, ſicut 1 ad 16, hoc eſt uti quadratum primae ſeriei ad quadratum ſecundae. Cum ergo $u, z :: \sqrt{a}, \sqrt{n^2 a}$, ſeu ut 1 ad 4, velocitates ſunt, ut ſeries, adeoque etiam vires. Itaque ſi ponatur ita multiplex preſſio, ut eſt aeque multiplex elaſtrorum ſeries, ut docet omnis ratio, & experientia, erit omnino vis globorum, ab elaſtris accepta, ut velocitas, eſt enim velocitas, ut ſeries. Mitto abſurda, quae ſequuntur, ex eo, quod ponatur velocitas, ut radix ſeriei, ut *cap. ſuper.* per Zanottum oſtenſum eſt.

Ex quo etiam intelligitur, non re-

cte Bernullium ponere gravia ſic cadere deorſum, ac ſi materia quadam elaſtica verticaliter in infinitum extenſa premerentur ea ratione, qua globos aequales premunt ſeries elaſtrorum inaequales. Nam hoc modo velocitates eſſent, ut ſpatia, ut ſupra demonſtratum eſt, contra receptiſſimam accelerationis legem. Gravitas enim jam non eſſet cauſſa aequabiliter agens, hoc eſt temporibus aequalibus aequalia addens velocitatis incrementa, ſed iſta adderentur ut ſpatia, quorum certe, & temporum non eſt eadem ratio: ut mittam abſurda, quae inde ſequerentur, quaeque ſubtiliter perſequitur Gaſſendus contra Cazraeum.

Alterum argumentum ab elaſtris ductum ſic proponit Bernullius in commentariolo *de vera notione virium vivarum*. Sint duo corpora A & B inaequalis maſſae, inter quae interjecta ſint elaſtra 9 aequaliter contracta, quae libere laxari poſſint in eadem corpora. Perfecta elaſtrorum dilatatione erunt velocitates acquiſitae a corporibus in ratione inverſa maſſarum. Nam cum potentiae aequales ſunt, & obices inaequales, velоci-

locitates obicum ſunt ratione inverſa eorundem. Itaque ſi fuerit maſſa A = 2, maſſa B = 1, erit velocitas A = 1, velocitas B = 2, eruntque momenta utrinque aequalia. Sed non erunt aequales vires. Quod ſic oſtendit. Quoniam velocitas B eſt dupla velocitatis A, oportet elaſtra ſic dividi a communi centro gravitatis, ut ſex pellant B, tria vero pellant A. Sed elaſtra, quae pellunt B totam vim transferunt in B, & quae pellunt A pariter totam vim transferunt in A. Ergo vis viva in B erit dupla vis vivae in A. Sed quantitates motus aequales ſunt. Ergo vires vivae non ſunt, ut quantitates motus. Quod ſi ergo juxta Leibnitium aeſtimetur vis viva, erit ſane vis viva B dupla vis vivae A, ſic enim ſe habent maſſae in quadrata velocitatum. Nam cum ſit maſſa A 2, velocitas 1, erit $2 \times 1 \times 1 = 2$ productum maſſae in quadratum velocitatis A, cum vero maſſa B ſit 1, velocitas 2, erit $1 \times 2 \times 2 = 4$ productum maſſae in quadratum velocitatis B. Sunt ergo ambo producta, ut 2 ad 4. Sed hoc modo ſe habent vires vivae. Ergo vires

vivae ſunt, ut maſſae in quadrata velocitatum.

Ad haec Bernullius adjungit. Non capio quid pertinaciſſimus adverſarius, ſi vel ſcepticus eſſet, huic evidentiſſimae demonſtrationi opponere queat. Video clariſſime, ſi corpus A fuerit duplo majus corpore B, fore viceverſa duplo plura elaſtra corpus B pellentia quam ſunt, quae pellunt corpus A. Accepit igitur corpus B licet duplo minus, tamen duplo majorem vim, quam corpus A.

Nollem ego pertinaciſſimi adverſarii nomen. Nihil enim phyſico pertinaci ignobilius. Sed cum veritatem tuear, ut puto, a nemine tale nomen vereor, niſi injuria; quae ſi etiam accideret, gloriam pareret, quia propter veritatis defenſionem accideret. Itaque non hic modum impugno, quo vult Bernullius laxari elaſtra, & velocitatem corporibus tribui, quem etſi impugnarem, forte non inveriſimilia dicerem, tum re ipſa fretus, tum etiam authoritate clariſſimorum virorum Graveſandi, & Muſſenbroechii, quorum ſententia eſt, ut *cap. ſuper.* vidimus, gradus velocitatis corpori ab ela-

ſtris

ſtris tributos non ſequi rationem elaſtrorum, ſed horum tria neceſſaria eſſe, ut gradus duos velocitatis acquirat corpus, ſex vero, ut tres gradus, & hujuſmodi. Quo poſito non eſſent velocitates ut elaſtra. Sed haec mitto, nolo enim relaxationem elaſtrorum ponere, quam non clariſſime percipio. Accipio ergo modum relaxationis, quem tribuit elaſtris Bernullius, & dico, nulla ratione fieri poſſe, ut elaſtra ſex pellant globum B, & tria globum A, poſito Bernullii principio, vel certe, hoc ipſo etiam miſſo, ut dupla ſit tantum in B velocitas. Quae duo ſic oſtendo.

Sumit Bernullius, velocitates obicum eſſe in ratione inverſa eorundem, quotieſcunque potentiae pellentes aequales ſunt, obices vero pulſi inaequales. Ut ergo elaſtra, quae ſunt potentiae duae pellentes maſſas inaequales, velocitates tribuant maſſis in ratione inverſa earundem, debent eſſe aequalia. Sic ergo dividi utrinque debent elaſtra, ut centrum motus ſit in puncto medio quinti elaſtri; ſic enim portiones utrinque aequales, tamquam potentiae duae aequales, velo-

citates tribuent maſſis in ratione inverſa earundem. Ergo ex ipſo Bernullii principio falſum eſt, elaſtra ſex tribuere velocitatem duplam corpori B, & tria ſimplicem corpori A. Quod ſi elaſtra ſic dividentur, ut ante dixi, jam patet vires communicatas eſſe aequales, quemadmodum portiones elaſtrorum pellentes maſſas aequales ſunt. Ex quo intelligitur, vires vivas eſſe, ut quantitates motus, adeoque ut ſimplices velocitates. Neque illud valet Bernullio, quod elaſtra etiam inaequalia ſint veluti potentiae duae aequales, propterea quod inaequalium elaſtrorum preſſiones, ſeu vires mortuae aequales ſunt. Quis enim hoc illi det, tum propter dicta ſuperius, tum etiam quia elaſtra non premunt ſimpliciter, ſed actu impellunt corpora?

Sed cum Bernullio liberaliter agamus, ponamuſque elaſtra *6* pellere globum B, & 3 globum A, an erit fortaſſe velocitas B dupla velocitatis A, ut contendit Bernullius? Neque id magis. Nam potentia eadem, quae certam velocitatem certo corpori tribuit, dimidio tribuit duplam, ſubtriplo triplam,

& hujuſmodi. Id enim conſequitur ex receptiſſima apud phyſicos lege de communicatione motus, & ex dictis *cap. ſup.* Quod ſi ergo 3 elaſtra ex bernulliana hypotheſi certam velocitatem tribuunt corpori, cujus maſſa eſt 2, eadem tribuent corpori, cujus maſſa eſt 1, velocitatem duplam, ſex ergo tribuent quadruplam. Erunt ergo quantitates motus ut 2 × 1, maſſa nimirum A in ipſius velocitatem, ad 1 × 4, maſſa B in ejuſdem velocitatem, ſeu ut 2 ad 4. Sed ita ſe habent vires vivae in Bernullii ſententia. Itaque vires vivae ſunt ut quantitates motus, adeoque ut maſſae in ſimplices velocitates. Haeccine ergo evidentiſſima Bernullii demonſtratio? Haec idea rei clariſſima? At etiam ſummi viri in clariſſima rerum perceptione aliquando falluntur. Quod certe humani intellectus imbecillitatem oſtendit.

CA-

CAPUT DUODECIMUM.

Utrum ex colliſione corporum recte inferatur, vires vivas eſſe ut quadrata velocitatum.

Sunt qui corpora perfecte dura negent, non ſolum exiſtere, ſed etiam exiſtere poſſe. Afferunt enim legem quamdam continuitatis, quam dicunt ſervare naturam in edendis effectibus ſuis ita, ut nihil operetur per ſaltum, ſed quidquid efficiat, per gradus infinite parvos efficiat. Qua lege poſita inferunt, abſolutam corporum duritiem eſſe impoſſibilem. Hac enim data in corporibus ſe collidentibus motus in inſtanti oriretur & fieret in inſtanti magnus; quare gradus infinite parvi, quos illi amant maxime, nulli eſſent.

Sed pace illorum dixerim, nihil abſurdi, & repugnantiae videri, ſi motus aliquis naſcatur in corpore in ipſo inſtanti finite magnus. Nam quod illi legem continuitatis in pluribus obſervaverint, & potiſſimum lineam a conca-

vo

vo ad convexum vergentem ad haec duo extrema tranſire per intermedios gradus, num idipſum in omnibus obſervarunt? Quid vero ſi natura legem hanc in omnibus ſervare non poteſt? Nam quae ita contraria ſunt, ut alterum ſit alterius negatio, certe continuitatem nullam, aut intermedios gradus nullos habent. Hujus generis ſunt quies & motus, cujus ſi particulam utcunque minimam ſumas, erit infinite major quiete. Nulli ergo intermedii gradus inter motum, & quietem, neque minus ille differt ab iſta, quam differat particula materiei infinite minor a nihilo. Quod ſi ergo natura motum producere poteſt, hunc ſubito finite magnum aeque producere poteſt, ut poteſt infiniteſimum.

Quod vero addunt, oportere naturam caeco quodam modo operari, ſi non per intermedios gradus a quiete ad motum tranſeat, neque ſcire, ad quem ſtatum determinet ſe. Id vero nihil eſt, ne dicam arroganter dictum. Nam qua ratione per ipſos a quiete ad infiniteſimam motus particulam transfert corpus, eadem omnino poteſt ad finite magnum,

ut

ut eſt dictum. Non ergo repugnant corpora perfecte dura.

Jam vero ſi haec corpora congrediantur, oſtendunt vires eſſe, ut ſimplices velocitates, ut *cap.* 2. explicatum eſt. Neque haec longiorem orationem deſiderant.

Sed leibnitiani abhorrent corpora perfecte dura, & ad corpora perfecte elaſtica transferunt ſe, ut ex eorundem colliſione magnitudinem virium inveſtigent. Itaque haec ipſa corpora verſant modis multis, & torquent, & directiones varias ponunt, quibuſcum collidantur, & quaerunt angulos directionum, quibus ſi incurrant in ſe corpora, geometrice oſtendunt, vires poſt ictum eſſe in ratione duplicata velocitatum. Sumunt praeterea res nunquam conceſſas, ut ex illis efficiant, quod volunt. Has inter principium illud veluti univerſale, & primum conſtituunt, quod ſicuti vires duae componentes unitae in uno corpore efficiunt, ut corpus moveatur per lineam quamdam, quae eſt diagonalis parallelogrammi, cujus duo latera exhibent vires componentes, ita vis quae-
libet

libet reſolvi poſſit in alias duas, quas latera duo parallelogrammi repraeſentent, cujus diagonalem exprimit vis, quae reſolvitur. Quare ubi corpus in aliud oblique inciderit, dicunt poſt ictum moveri ambo per latera duo parallelogrammi, cujus diagonalis eſt eadem vis, quae ante ictum erat in corpore incidente.

Principio hoc poſito, veluti ſi ab omnibus phyſicis concederetur, conſiderant primo directiones duas virium, quae angulum rectum conſtituunt, in quas colliſione diviſa ſit vis quaelibet, tamquam diagonalis parallelogrammi rectanguli in duo latera, & ajunt, corpora duo, quae moveantur ſecundum eaſdem directiones, non aliter habere ſummam virium aequalem vi priori, niſi ſi magnitudo vis quadrato velocitatis aeſtimetur. Nam, inquiunt, latera duo parallelogrammi ſimul ſumta majora ſunt diagonali. Ergo vires poſt ictum, quae per eadem latera exprimuntur, eſſent majores vi priori, quae per diagonalem exprimitur. At vero quadrata illorum laterum ſimul ſumta non ſunt majora

qua-

quadrato diagonalis, ſed huic aequalia ſunt, quod facile oſtendunt *per pr.* 47. *l.* 1. *Eucl.* Nam quadratum hypothenuſae trianguli rectanguli eſt aequale quadratis reliquorum laterum. Quare cum duo latera parallelogrammi rectanguli, de quibus differitur, ſint duo latera trianguli rectanguli, cujus baſis eſt ipſa diagonalis parallelogrammi, eſt ſane quadratum hujus diagonalis aequale quadratis illorum laterum. Cum ergo diagonalis exhibeat motum, & velocitatem priorem, latera vero motus conſequentes ictum, & velocitates reſpondentes, perſpicuum videtur, magnitudinem virium ſumendam eſſe ex quadrato velocitatis. Itaque praeclare illi putant, ſe rem oſtendiſſe, cum directiones corporum poſt colliſionem ſunt ſibi perpendiculares, ſeu angulum rectum conſtituunt.

Sed haerent nonnihil, & diffident inter ſe, cum de directionibus aliis loquuntur. Nam cum directiones corporum poſt colliſionem angulum acutum intercipiunt, tunc quadratum diagonalis eſt majus quadratis laterum, cum vero

vero angulum obtuſum comprehendunt, tunc quadratum diagonalis eſt minus. Non ergo aequalitas inter vim priorem, & poſteriorem apparet, etſi quadrato velocitatis aeſtimetur.

Cl. Bulfingerus, *tom.* 1. *Act. Acad. Petrop.*, vult vires ad angulum acutum junctas ſibi invicem opem ferre. Ex quo ſequitur, magnitudinem vis in compoſitione majorem eſſe magnitudine virium ante compoſitionem. Quocirca ſi illa rurſus ſolvatur, in priorem magnitudinem redit, ope ſublata. At virium ad angulum obtuſum confluentium vult partem aliquam deſtrui propter oppoſitionem quamdam. Ex quo ſequitur, vim compoſitam eſſe minorem viribus componentibus, & iccirco rurſum diſtinctam, ſublata oppoſitione, ad ſummam aequalem revertere. Sed pleriſque leibnitianis non placet inventum hoc Bulfingeri, veluti per ſe ipſum nimis vacillans. His enim diſplicet augumentum illud virium, quod ex directionibus ad angulum acutum junctis ducitur. Nam ſecus vires duae ejuſdem directionis minus adjuvarent ſe, quam aliae di-

diverſarum directionum, propterea quod quadratum diagonalis, cujus duo latera ad angulum infinite parvum inclinantur, quem nempe vires duae in unum confluentes, & eandem directionem habentes conſtituere cenſentur, vix aequale eſt quadrato laterum duorum, quibus ſimul ſumtis eadem diagonalis aequalis eſt, quadratum vero diagonalis, cujus duo latera ad angulum acutum finite magnum inclinantur, majus eſt quadratis eorundem laterum.

Itaque alii alias vias ineunt, ex quibus duas potiſſimum vidi alteram Bernullii, Riccati Vincentii alteram. Prima eſt hujuſmodi. Ponit Bernullius, globum aliquem ita ſucceſſive incidere in elaſtra plura rite diſpoſita, ut continua ſolutione vis, veluti diagonalis in latera, elaſtra quatuor aequaliter contrahere poſſit, ſiquidem duos habeat velocitatis gradus, novem vero elaſtra, ſi tres gradus, ſexdecim, ſi quatuor, & hujuſmodi. Quo poſito infert, vim globi eſſe, ut quadratum velocitatis, nam ſecus non elaſtra 4, *9*, & *16*, ſed vix 2, 3, & 4 claudere poſſet.

Ex

Ex quo etiam infert, quantitatem vis vivae immutabilem eſſe, & perpetuam in natura ea fere ratione, qua Carteſius quantitatem motus conſtantem, & invariabilem in univerſo praecipiebat. Unde efficitur, perpetuam intercedere aequalitatem inter cauſſas, & effectus.

Cl. Vincentius Riccatus aliam methodum tradit in libello *de cauſſa phyſica comp. & reſol. virium*. Proponit ille fides elaſticas, quae dum contrahuntur, impellunt corpus, ut diagonalem parallelogrammi percurrat, cum illae latera ejuſdem parallelogrammi deſcribunt. Ex multis autem, quae ab eo ſubtiliter, & ſapienter conſtituuntur, unum notavi, velle nimirum Riccatum, potentias impellentes corpus ad deſcribenda latera, inaequalem omnino actionem exercere illi, quam ſimul junctae exercerent, ſi impellerent corpus ad deſcribendam diagonalem. Quo poſito ea latera invenit, quorum quadrata facile quadrato diagonalis aequalia ſunt. Id itaque in angulo acuto facit, & obtuſo, non etiam in recto. Nam in hoc nulla eſt neceſſitas. Quibus explicatis addit.

Digitized by Google

In parallogiſmum incidit quicunque, ſciens latera parallelogrammi motibus ſeparatis confici eodem tempore, ac diagonalis motu compoſito, arbitratur, actiones potentiarum per latera parallelogrammi eſſe cauſſam in compoſitione, effectum in reſolutione actionis aequivalentis per diagonalem. Non enim potentiae, quae per latera parallelogrammi exprimuntur, agentes ſeparatim, actionem exercent aequalem illi, quam conjunctim exercerent per diagonalem. Et non ita poſt. *Velim quicunque veterem de vi viva opinionem tuentur, hanc mecum gratiam ineant, ut ex ſuis principiis palam faciant, qua ratione admiſſa recepta lege compoſitionis, & reſolutionis virium, aequalitas inter effectum, & cauſſam conſervari poſſit. Quod ſi contendant, hanc aequalitatem ſervari non oportere, id ſibi a me patiantur reponi, mihi ſemper hac de cauſſa eorum ſententiam fore ſuſpectam, quod principio metaphyſico, maximeque evidenti videatur opponi.*

Ex his intelligitur, praecipuum adverſariorum fundamentum, quo vires corporum congredientium quadrato velocitatis

tatis aeſtiment, eſſe anteceptam opinionem illam, qua putant, vim quamlibet ſolvi poſſe in alias duas, veluti diagonalis in latera parallelogrammi. Hoc ergo fundamentum ſi diruatur, omnis illorum argumentatio corruit. Videtur autem omnino falſum. Nam illud principium metaphyſicum, quod jactant de aequalitate cauſſae, & effectus, ut vires corporum congredientium, poſita ſolutione virium, quadrato velocitatis aeſtiment, cur non antedictae legi applicant, qua vires quaſcunque, ut libet, in alias duas reſolvunt? Nam ſi omnis effectus proportionalis eſt ſuae cauſſae, nequeunt vires duae exſurgere ex unica, quarum ſumma ſit major unica illa, ex qua exſurgunt. At omnino exſurgunt majores, ſi quaelibet vis expreſſa per diagonalem, in duas reſolvi poteſt, quae a lateribus exprimuntur. Nam latera duo parallelogrammi, ſimul ſumta, excedunt diagonalem. Ergo effectus omnino major eſt ſua cauſſa. Ex ipſo ergo principio metaphyſico, cujus veritati timent, niſi vim vivam quadrato velocitatis aeſtiment, infertur legem ſolutionis

virium eſſe impoſſibilem. Quod ſi virium ſolutione dicunt motum tantum, aut velocitatem augeri, non etiam vires, propterea quod illae, in diagonali quodammodo occultatae, explicant ſe in lateribus, cur non principium illud ſaltem ad motum, & velocitatem transferunt? Nam latera duo parallelogrammi, quibus motus, & velocitas exhibetur, majora ſunt diagonali, qua motus antecedens, & velocitas indicatur. Num igitur quantitas motus, a lateribus expreſſa eſt effectus vis, quae in diagonali contineretur? Quid ergo quantitas motus, a diagonali expreſſa, minor eſt? Nam haec ipſa etiam eſt effectus illius vis. Itaque huc illuc adverſarii ſe verſent licet, non reperient, unde admiſſa lege ſolutionis virium explicent aequalitatem inter cauſſam, & effectum.

Sed ut appareat, unde omnis iſte natus ſit error dicentium, poſſibilem eſſe antedictam legem ſolutionis virium, ſic totam rem aperiam. Poſtquam phyſici decreverunt, corpus duabus viribus actum deſcribere diagonalem ejus parallelogrammi, cujus duo latera exhibent

vires

vires componentes; ſenſim effectum eſt, ut etiam quaelibet via, deſcripta ab aliquo mobili, cenſeretur tanquam diagonalis alicujus parallelogrammi. Quo poſito ductis lateribus in haec ipſa motus ſolvi coepit, ut affectiones illius facilius determinarentur. At nondum decretum erat, hanc eſſe legem naturae, ſed veluti hypotheſis ſumebatur, ut quod phyſice non eveniret, id, quod phyſice accideret, explicaret. Hanc fuiſſe illorum mentem, ita declaro. Cum dicerent ex. gr. globum perfecte elaſticum oblique in planum elaſticum incidentem reflecti aequali vi ita, ut angulus incidentiae eſſet aequalis angulo reflexionis, id probabant ex eo, quod ſi ſolveretur vis, qua cum reflectitur corpus, invenirentur eadem latera aequaliter ad ſe inclinata, quae ante ictum intelligi poſſent, vim corporis conſtituiſſe. Itaque vim corporis reflexi reſolubilem intellectu, non re vera antiquiores phyſici poſuerunt. At neſcio quo modo ea, quae prius ut ſimplex hypotheſis habebatur, & tantum in intellectu reſidebat, quaſi ea, quae a philoſo-

phis intellectu formantur, natura adoptaret ſibi, ad phyſicum exiſtentiae ſtatum translata eſt, & inter leges, & inſtituta naturae haberi coepit. At nunquid phyſici omnes in id conſentiunt? Saniores non puto. Quod ſi etiam in id phyſici omnes conſentirent, credo, quod veritas ipſa etiam nemine refellente defenderet ſe. Quemadmodum enim, ut valde craſſo, & vulgari exemplo utar, natura rideret illum, qui non contentus animo revolvere flumen ad fontes, unde manat, id ipſum re vera efficere conaretur, ita veritas ipſa refellit illos, qui non ſolum animo vim compoſitam ad vires componentes, tamquam ad fontes, revolvunt, ſed id ipſum re vera perficere conantur. Nam quid verius eſt, quam effectus eſſe proportionales cauſſis ſuis? Quid ergo vis compoſita minorem quantitatem motus producit in corpore, quam producat in duas diſtincta? Nam quod ex duabus viribus componentibus reſultet tertia, quae minor ſit illarum ſumma, quemadmodum etiam quantitas motus, orta a duabus ſimul junctis, id quidem intelligi-

tur

tur ex nonnulla oppoſitione, quae intercedit inter earundem directiones. At vero quod minor haec quantitas compoſita rurſus in alias duas reſolvi poſſit, quarum ſumma ſit major, id quidem intelligi nequit, & ſatis perſpicue ab aequalitate cauſſae, & effectus refellitur.

Sed age, poſſibilis ſit eadem virium ſolutio. Nunquid leibnitiani rem totam perficiunt, & concludunt? id vero minus. Nam uti vis quaelibet viva reſolvi poteſt, ita etiam vis mortua. Nec enim phyſici motus tantum, & vires motrices diſtinguunt in latera, & diagonales, ſed etiam potentias ad machinas applicatas, & quieſcentes per lineas exprimunt, quarum aliae ſunt latera parallelogrammi, aliae ſunt diagonales, idque commodiſſime faciunt, cum potentiarum directiones ad lineam tranſeuntem per centrum motus oblique inclinantur, nec enim rectius in his caſibus potentiarum actiones exprimuntur, quam per diagonales, propterea quod pars aliqua potentiarum ipſa inclinatione deſtruitur. Sed nihilo minus communiter praecipitur, vires mortuas eſſe, ut ſimpli-

plices velocitates, neque aliter earundem aequilibrium explicari poteſt. Perſpicuum eſt ergo, leibnitianos aut ea ſumere, quae non concedantur, aut ea, quae etiam conceſſa, eos tamen nihil juvant. Quamquam ſcio, ex illis jam aliquos eſſe, qui vires mortuas ponant ut quadrata velocitatum. Sed leibnitiani *tenent auribus lupum*, ut dicitur.

Ad rem ergo ut redeam, perſpicuum eſt, ex colliſione corporum elaſticorum nihil habere leibnitianos, quo ſententiam ſuam confirment, neque eos juvare multiplicem illam virium ſolutionem, quam adeo ſubtiliter perſequuntur. Id quod intelligitur etiam ex ipſo diſſidio, quod factum eſt inter illos, ubi eos geometria deſeruit, cum vellent explicare vires vivas ad angulum non rectum junctas. Quare Bulfingerus eam cauſſam attulit, quae neque ab ipſis leibnitianis probatur. Bernullius certos angulos inclinationum de induſtria poſuit, qui ſi varientur, fortaſſe magnitudo virium varietur, neceſſe eſt, & quadratum non ſolum, ſed etiam cubum, & quadrato quadratum velo-

velocitatis ſequatur: ut mittam a Cl. Dediero oſtendi, non ad certam virium ſubſtantialitatem, ſed ad ſolutionem motuum referendum eſſe effectum illum, quem edit corpus, incurrens ſucceſſive in plura elaſtra, oblique poſita, & iccirco obſequens plurium virium componentium directionibus. Nec enim mirum eſt, augeri in his caſibus vires, cum etiam velocitates proportione augeantur.

Tandem Vincentius Riccatus ad praemiſſam legem ſolutionis virium, quaſi jejuna eſſet, & ſibi non multum ſatisfaciens, addidit illud, actiones potentiarum per diagonalem expreſſas non eſſe eaſdem, quas exercent potentiae ſeparatim per latera agentes. In quo, ut puto, vix ab ipſis leibnitianis auditur. Nam qui legem ſolutionis virium tuentur, illi communiter non aliam volunt eſſe vim, & actionem diagonali expreſſam, quam quae ſeorſim a lateribus exprimitur. Quamquam ſi actiones expreſſae per diagonalem, & latera conſiderarentur, in aliquid certe minus probabile offenderetur. Vult enim Riccatus *prop.* 1., corpus ſecundum certam

tam directionem translatum ſive a fide magis elaſtica, ducta in contractionem minorem, ſive a fide minus elaſtica, ducta in contractionem majorem, adeo ut potentiae ſint in ratione inverſa contractionum, & iccirco actiones aequales ſint, idem omnino ſpatium eodem tempore percurrere. At id quidem verum eſſet, ſi hoc ipſum ſpatium percurreretur a corpore, obſequente iiſdem potentiis per directiones liberas. At corpus obſequens uni potentiae fertur per directionem liberam, obſequens alteri potentiae fertur per directionem neceſſariam, ut ipſe vocat, ſeu per eam directionem, quae nonnullam reſiſtentiam invenit, & ſuſtinetur paullulum, ac retardatur. Quapropter etiam idem Riccatus *prop.* 2. *ſch.* 1. confert effectum potentiae agentis in directione tum libera, tum neceſſaria, cum effectu gravitatis agentis tum perpendiculariter, tum in plano inclinato. Quemadmodum ergo gravitas in plano inclinato minus agit, quam perpendiculariter, ac libere, ſiquidem ſpatium utrobique aequale ponatur; ita fides duae elaſticae, quae ſunt inverſe, ut contractiones, adeoque aequalem per ſe actionem ha-

habent, inaequaliter tamen operantur, ſi altera per directionem neceſſariam agit, altera per liberam. Sed de obliqua corporum colliſione plus, quam oportet.

Reliquum eſt, ut argumenta leibnitianorum, quae ex directa corporum elaſticorum colliſione ducuntur, commemorem. Ea autem in promtu ſunt apud complures leibnitianos, ac praeſertim apud Cl. Muſſenbroechium, cujus argumentatio in *Eſſai de phyſique c.16.* haec eſt fere.

Sumantur cylindri duo ſolidi, quorum alter in acutum deſinat inſtar coni, alter vero cavus ſit, argilla molli plenus. Ac primo gravitates cylindrorum aequales ſint, & ambae ſint 4, ſecundo ambae ſint 2, tertio cylindrus conicus habeat gravitatem ut 4, cavus ut 2. In his caſibus ſi congrediantur ambo cylindri, poſt ictum quieſcent, & alter in acutum deſinens cavitatem faciet in argilla molli alterius, quae cum excavatur, vim omnem cylindrorum exſtinguit.

Haec porro cavitas varia eſt pro varia velocitate, & maſſa, qua cum cylindri congrediuntur. Nam ſi in primo caſu utrique cylindri habeant velocitatem ut

5,

5, erit cavitas ut 2, ſi in ſecundo velocitatem habeant ut 10, erit cavitas ut 4, ſi in tertio cylindrus, cujus maſſa eſt 4, habeat velocitatem ut 5, cylindrus vero, cujus maſſa eſt 2, velocitatem ut 10, erit cavitas ut 3. Quae quidem videtur Muſſenbroechius experimentis propriis didiciſſe.

Hic enim vero, inquit ille, vires ſumendae ſunt ex maſſa, & quadrato velocitatis, ut effectus reſpondeant cauſſis. Nam ſi ita aeſtimentur vires, harum quidem ſumma in primo caſu eſt 200, in ſecundo 400, in tertio 300. At contra, ſi ducantur maſſae in ſimplices velocitates, vires in unoquoque caſu aequales ſunt.

His praemiſſis comparans Cl. Author corpora mollia ad corpora elaſtica horum congreſſus ſimili quodam modo explicat, eaſque leges ponit, quas ego optarem clarius intelligere, ſed inter caetera haec dicit. Cum corpora elaſtica congrediuntur, in compreſſione vim omnem amittunt, uti ſi mollia eſſent, at cum figuram priſtinam recuperant, novam vim acquirunt priori aequalem. Itaque corpora duo A, & B ſibi obviam ferantur maſſis ut 1, & 2, velocitatibus ut 12, & 3.

Re-

Redibit corpus A celeritate ut 8, & B celeritate ut 7. At ſumma virium ſecundum veterem menſuram eſt ante ictum 18, poſt ictum vero 22. Itaque poſt ictum majores ſunt vires; contra quod poſtulat *reactio elaſticitatis*, *quae ſemper aequalis eſt actioni compreſſionis*. Quod ſi nova virium ſupputatio conſulatur, patet ſane, vires in utroque caſu eſſe aequales. Nam vis ante ictum in A eſt $1 \times 12 \times 12 = 144$, in B eſt $2 \times 3 \times 3 = 18$, quarum ſumma eſt 162, poſt ictum vero vis in A eſt $1 \times 8 \times 8 = 64$, in B $2 \times 7 \times 7 = 98$, quarum ſumma eſt 162.

Huic exemplo ſimile aliud adjungit, quod eſt hujuſmodi. Corpus A, cujus maſſa eſt 1, velocitas 80, incidat in B quieſcens, cujus maſſa eſt 3. Redibit corpus A velocitate ut 40, feretur vero corpus B aequali velocitate. At $1 \times 40 + 3 \times 40 = 160$, & contra $1 \times 40 \times 40 + 3 \times 40 \times 40 = 6400$, ex quibus productis illud non exaequat 1×80, iſtud vero exaequat $1 \times 80 \times 80$, hoc eſt vim priorem. Itaque niſi maſſae in quadrata velocitatum ducantur, ſumma virium poſt ictum non eſt aequalis vi priori.

Sed haec omnia, ſi rite ad commu-

nem

nem virium menſuram exigantur, nullum habent pondus. Nam quod attinet ad vires cylindrorum, illae, etiamſi aequales ſint, inaequalibus temporibus operantur. Itaque nil mirum, ſi inaequales effectus edant. Nam cylindri illi duo, opinor, filis ſuſpenſi, cavitatem formabant in argilla molli, a certa altitudine dimiſſi, adeoque in arcus circulares excurrentes. Itaque ſi in primo caſu cavitas effecta eſt 2, in ſecundo, quoniam velocitas cylindrorum eſt dupla, etiamſi vis eadem ſit, tamen duplum effectum edere debet. Nam cavitas quidem eſſet 8, ſi manente eadem maſſa cylindrorum duplicata eſſet velocitas ex alibi demonſtratis. Igitur dimidiata cylindrorum maſſa debet eſſe cavitas ut 4. Quamvis enim eadem ſit vis cylindrorum, quorum maſſa dimidiata eſt, velocitas autem duplicata, tamen, quia velocitas dupla duplo tempore exſtinguitur, iccirco vis duplo tempori applicata duplum effectum edere debet, quemadmodum vis dupla, ex dupla velocitate orta, quadruplum effectum edit. Simili de cauſſa in tertio caſu quoniam velocitas alterius corporis eſt dupla, duplum effectum edere debet. Cum ergo

ca-

cavitas eſſet 1 $\frac{1}{2}$, ſi quidem utriuſque cylindri velocitas eſſet 5, iccirco exiſtente in altero cylindro velocitate ut 10, effectus debet eſſe ut 3, velocitas enim dupla duplo tempore exſtinguitur. Non ergo, ſi vires ducantur in tempora, quibus applicatae operantur, non edunt effectus ſibi proportionales.

Quod ſpectat ad corpora elaſtica, mihi quidem valde veriſimile eſt, vim inertiae in ratione maſſae reſiſtentem, uti in corporibus duris, ita in elaſticis efficere, ut velocitas eadem in varias maſſas translata, ſequatur rationem inverſam maſſarum. Itaque ſi corpora duo aequalia, quae ſibi obviam feruntur velocitate inaequali, poſt ictum regrediuntur mutatis velocitatibus, etiam cum corpora inaequalia congrediuntur velocitate inaequali poſt ictum regredientur tranſlatis velocitatibus. Sed iſtae velocitates ſequuntur rationem inverſam maſſarum, in quas ingrediuntur. Itaque A, cujus maſſa eſt 1, velocitas ut 12, tribuit corpori B totam hanc celeritatem. Sed cum maſſa B ſit 12, evadit illa ut *6*. Similiter corpus B tribuit corpori A velocitatem ſuam, quae eſt ut 3, ſed in A

eva-

evadit ut *6*. Quaproptér vires poſt ictum $1 \times 6 + 2 \times 6$ aequales ſunt viribus prioribus. Idque conſentaneum etiam videtur principio illi, quod *reactio elaſticitatis aequalis ſit actioni compreſſionis*, quod ſibi ſumit Muſſenbroechius. Ex quo etiam intelligitur, corpus A, cujus maſſa eſt 1, velocitas 80, incidens in B quieſcens, cujus maſſa eſt 3, huic ipſi tribuere velocitatem ut 40; ſed haec velocitas in maſſam 3 ingreſſa evadit $\frac{40}{3}$. Cum igitur $1 \times 40 + 3 \times \frac{40}{3} = 80$, vires poſt ictum exaequant vim priorem.

Haec ſunt fere, quae ab utraque parte afferri poſſunt; ex quibus, quantum equidem intelligo, non videtur cauſſa fuiſſe mutandae virium menſurae, quam veteres communiter poſuerunt, ſed horum verior adhuc, & firmior ſententia apparet, quod vires vivae ſimplici velocitate aeſtimandae ſint, neque videntur leibnitiani ſatis juſtam defectionem ſuam a veteribus, tamquam a philoſophiae parentibus oſtendere. Nam etſi multa magnifice ab ipſis dicantur, & primo aſpectu videantur talia, tamen conſiderata minus probantur.

Digitized by Google

00565381 5

Digitized by Google

Digitized by Google